Министерство сельского хозяйства Российской федерации

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный аграрный
университет имени императора Петра I»

Кафедра физики

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
(теория, задачи для самостоятельной работы студентов
заочного отделения гуманитарно-правового факультета)

Воронеж
2012

Учебно-методическое пособие подготовлено старшим преподавателем кафедры физики **Горбань Л.К.**

Под общей редакцией профессора **Воищева В.С.**

Рецензент: кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрификация сельского хозяйства» **Мазуха А.П.**

Рекомендовано к изданию решением кафедры физики (протокол № 14 от 31.05.2012 г.) и методической комиссии гуманитарно - правового факультета ВГАУ (протокол №10 от 28.06.2012 г.).

В учебном пособии кратко изложен теоретический материал, соответствующий учебной программе курса физики для заочной формы обучения по механике, молекулярной физике, термодинамике, электродинамике, электромагнетизму, волновой оптике. Приведены примеры решения типовых задач с подробным описанием методов решения. По каждому из разделов предложен фонд контрольных заданий с таблицами вариантов контрольных работ. Издание соответствует требованиям Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по дисциплине “Физика”.

Предназначено для студентов заочной формы обучения.

ВВЕДЕНИЕ

Физика принадлежит к числу фундаментальных наук и без знания её основ невозможна успешная инженерная деятельность ни в одной области современной техники. Изучение физики позволяет также формировать интеллектуальные качества, необходимые специалисту для самостоятельной творческой работы. Однако, освоение общего курса физики требует от студента – заочника огромных усилий, длительной и кропотливой работы с различными учебниками и пособиями. Для оказания помощи в изучении курса физики и написано данное пособие, включающее основы механики, механические колебания, молекулярную физику и термодинамику, электродинамику и законы постоянного тока, электромагнетизм, волновые свойства света.

Теоретический материал излагается просто и доступно, основное внимание при этом обращается на физическую сущность основных понятий и законов. Наряду с теоретическими основами в пособии рассматриваются практические приёмы решения типовых задач. По каждому из разделов представлен фонд контрольных заданий с таблицами вариантов контрольных работ. В конце пособия в виде приложения даются некоторые сведения из математики, а также основные справочные данные.

Методические указания

***Студенту заочнику рекомендуется*:**

1. Прослушать курс установочных лекций по физике. На основании полученных рекомендаций продолжить самостоятельное изучение теоретического материала, соответствующего рабочей программе по физике для данной специальности. В качестве основной литературы целесообразно использовать один из рекомендуемых учебников (см. список литературы). В качестве дополнительного материала можно использовать теоретическое введение в настоящем пособии.

2. После изучения очередного раздела теории внимательно ознакомиться с примерами решения типовых задач, представленных в данном пособии. Решение задач помогает уяснить физиче-

ский смысл явлений, закрепляет в памяти основные формулы, прививает навыки практического применения теоретических знаний. Типовые задачи в пособии подобраны так, что содержат элементы задач, предлагаемых для контрольных работ.

3. Решение контрольных задач должно сопровождаться исчерпывающими, но краткими объяснениями. Прежде всего необходимо переписать полное условие задачи, записать краткое условие задачи, при необходимости выполнить рисунок, поясняющий решение задачи. Затем указать основные законы и формулы, на которых базируется решение задачи. Числовые значения подставляются только в окончательную формулу, выражающую искомую величину. При этом все вычисления следует проводить в СИ, руководствуясь правилом приближённых вычислений. Наконец, при записи ответа численные значения следует представить в стандартном виде, т.е. как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень при основании десять. Например:

вместо 1350 надо записать $1{,}35 \cdot 10^{3}$, вместо

0, 0386 записать $3{,}86 \cdot 10^{-2}$ и т.д.

4. Студент должен решить контрольные задачи того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его зачетки (шифра). Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради, (каждую работу в отдельной тетради), на обложке которой приводятся сведения об исполнителе по следующему образцу:

Контрольная работа по физике
студента гуманитарно - правового
факультета
шифр 111111
Иванова Петра Ивановича

Контрольные работы, представленные без соблюдения указанных правил, а также работы, выполненные не по своему варианту, зачитываться не будут. Если контрольная работа не зачтена, студент обязан представить её на повторную рецензию, включив в неё те задачи, решение которых оказалось неверным.

1. МЕХАНИКА

1.1. Кинематика материальной точки и поступательного движения абсолютно твёрдого тела

Механика изучает законы движения материальных объектов и те причины, которые вызывают или изменяют это движение. Основные законы механики установлены для физических моделей, к которым относятся материальная точка и абсолютно твердое тело. ***Материальная точка*** **–** это тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь. ***Абсолютно твердое тело*** – это тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Абсолютно твердое тело можно рассматривать как систему материальных точек, жестко связанных между собой.

Положение материальной точки в выбранной системе координат определяется радиус-вектором $\vec{r}$. Вектор $\vec{r}$ можно разложить на его составляющие по осям координат

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\,, \qquad (1.1)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные вектора, направленные вдоль координатных осей;

x, y, z –координаты точки (рис.1.1).

При движении материальной точки по произвольной траектории ее положение описывается векторным кинематическим уравнением движения

$$\vec{r} = f(t),$$

либо тремя скалярными кинематическими уравнениями

$$x = f(t),\ \ y = f(t),\ \ z = f(t),$$

описывающими изменение координат точки со временем.

Если за некоторый промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ точка переместилась из положения 1,определяемого радиус-вектором $\vec{r}_1$, в положение 2 , определяемое радиус-вектором $\vec{r}_2$, то вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ называется ***вектором перемещения*** и характеризует изменение пространственного положения точки за данный промежуток времени. Отрезок же траектории, заключенный между точками 1 и 2, называется путем, пройденным за тот же промежуток времени Δt (рис.1.1).

Для характеристики быстроты и направления движения материальной точки вводят понятие ***скорости***. Отношение

$$<\vec{\upsilon}> = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad (1.2)$$

называется вектором ***средней скорости***.

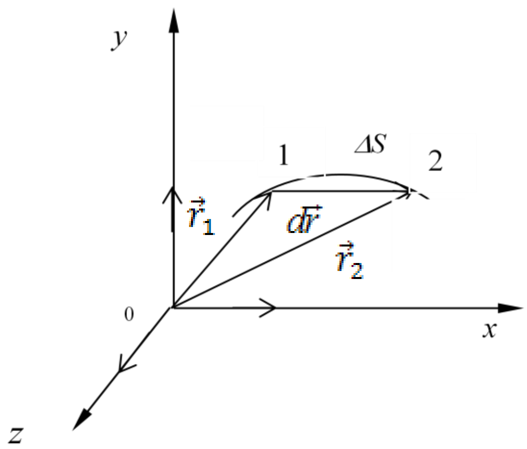


Рис.1.1

Вектор скорости в данный момент времени определяется первой производной радиус-вектора по времени

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (1.3)$$

Направление вектора скорости совпадает с направлением касательной к траектории движения в данной точке.

Модуль вектора скорости может быть также определен через производную пути по времени

$$\upsilon = |\,\vec{\upsilon}\,| = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{dS}{dt}\,. \qquad (1.4)$$

Быстроту изменения скорости материальной точки в пространстве характеризует ***вектор ускорения*:**

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\,. \qquad (1.5)$$

Ускорение, таким образом, есть первая производная вектора скорости по времени, или вторая производная радиус -вектора по времени.

В общем случае, направление вектора $\vec{a}$ составляет некоторый угол α с направлением скорости $\vec{\upsilon}$, поэтому вектор $\vec{a}$ можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие (рис.1.2):

$\vec{a} = \overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_\tau}$

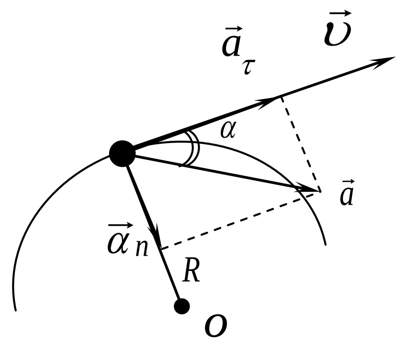


Рис.1.2

Вектор $\vec{a}_n$ совпадает с направлением нормали в данной точке траектории и называется ***нормальным*** *(центростремительным)* ***ускорением***.

Нормальное ускорение характеризует изменение вектора скорости только по направлению. Его величина равна

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} \tag{1.6}$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Вектор $\vec{a}_\tau$ называется ***тангенциальным (касательным) ускорением***, характеризующим изменение скорости по величине. Значение тангенциального ускорения определяется выражением

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} \tag{1.7}$$

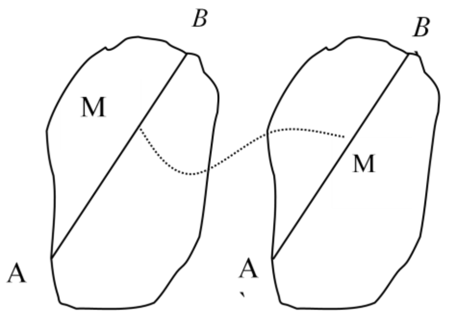


Рис.1.3

Поступательным движением абсолютно твердого тела называется такое движение, при котором любая прямая, проведенная в теле, сохраняет неизменным направление в пространстве, т.е. перемещается параллельно самой себе (рис.1.3). По форме траектории поступательное движение может быть как ***прямолинейным***, так и ***криволинейным***.

При поступательном движении все точки абсолютно твердого тела за один и тот же промежуток времени совершают одинаковые перемещения. Скорости и ускорения всех точек тела одинаковы.

Основные законы и формулы

Таблица № 1

Кинематика поступательного движения материальной точки	
Мгновенная скорость	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
Мгновенное ускорение	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$
Путь при равнопеременном движении	$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$
Скорость при равнопеременном движении	$v = v_0 \pm at$
Ускорение при равнопеременном движении	$a = \frac{(v - v_0)}{t}$

Примеры решения задач

Задача №1

Уравнение движения материальной точки имеет вид

$$x = A + Bt + Ct^3$$

где $A = 2$ *м*, $B = 1$ *м/с*, $C = 5$ *м/с*^{3}.

Найти координату x, скорость v и ускорение a точки в момент времени $t = 3$ *с*.

Решение:

Координату *X* найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов *A, B* и *C* и времени *t:*

$$x = (2 + 1 \cdot 3 + 5 \cdot 3^3) = 140 (м).$$

Мгновенная скорость - это первая производная от координаты по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = B + 3C \cdot t^2 = 1 + 3 \cdot 5 \cdot 3^2 = 136\ (м/с).$$

Ускорение - это первая производная от скорости по времени:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6C \cdot t = 6 \cdot 5 \cdot 3 = 90\ (м/с^2).$$

1.2. Динамика материальной точки и поступательного движения абсолютно твердого тела

Основными динамическими характеристиками материальной точки и поступательного движения абсолютно твердого тела являются ***масса*** и ***импульс***.

Масса **–** скалярная величина, являющаяся мерой инертности тела. Под инертностью понимают свойство тела противиться изменению скорости под воздействием силы. В классической механике считается, что масса не зависит от скорости тела и является ***величиной аддитивной,*** т.е. масса системы равна сумме масс всех материальных точек, входящих в эту систему.

Импульс (количество движения) тела – векторная физическая величина, являющаяся основной количественной мерой поступательного движения, равная произведению его массы на скорость

$$\vec{P} = m\vec{\upsilon}. \qquad (1.8)$$

В основе динамики материальной точки и поступательного движения твердого тела лежат три закона Ньютона.

Согласно **первому закону Ньютона** (закон инерции) ***тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.***

Тело, лишенное внешних воздействий, называется свободным, а его движение - инерциальным. Система отсчёта, связанная со свободным телом, называется ***инерциальной системой отсчёта.***

Количественной мерой воздействия одного тела на другое является ***импульс силы***, равный произведению силы на время ее действия $\vec{F}dt$. Поэтому, выражение $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\, dt = 0$ является ***условием инерциальности*** движения материальной точки.

Согласно **второму закону Ньютона,** ***изменение импульса тела равно импульсу всех сил, действующих на тело, т.е.***

$$d\vec{P} = \vec{F}dt\,. \tag{1.9}$$

Другая форма записи второго закона Ньютона имеет вид:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\,, \text{ или } \quad m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\,, \text{ или } \quad m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\,, \tag{1.10}$$

где $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$ - геометрическая сумма всех сил, действующих на тело.

Таким образом, выражения (1.9) и (1.10) представляют собой **основное уравнение динамики материальной точки и поступательного движения абсолютно твердого тела.**

Любое действие тел друг на друга имеет характер взаимодействия. Об этом говорит **третий закон Ньютона:** ***два тела действуют друг на друга с силами, которые численно равны и направлены в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти тела, т. е.***

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},\ \left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right|. \tag{1.11}$$

Основные законы и формулы

Таблица № 2

Динамика поступательного движения	
Второй закон Ньютона	$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$; $\vec{F} = m\vec{a}$
Третий закон Ньютона	$\overrightarrow{F_{1,2}} = -\overrightarrow{F_{2,1}}$
Закон Гука	$F = -kx$

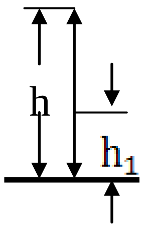
Механическая работа постоянной силы	$A = FS\cos\alpha = (\vec{F}\cdot\vec{S})$
Механическая работа переменной силы на участке 1→2	$A = \int_1^2 F\cos\alpha\, dS == \int_1^2 (\vec{F}\cdot d\vec{S})$
Мгновенная мощность	$N = \frac{dA}{dt}$
Кинетическая энергия тела в поступательном движении	$E_k = \frac{mv^2}{2}$
Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли	$E_n = mgh$
Энергия упруго деформированного тела	$E_n = \frac{kx^2}{2}$
Полная энергия тела (в изолированной системе)	$E = E_k + E_n$
Закон сохранения механической энергии	$E = const$
Импульс тела	$\vec{p} = m\vec{v}$
Закон сохранения импульса	$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v_i} = const$

Примеры решения задач

Задача №2

Тело массой *m=5кг* падает с высоты *h=20м*. Определите сумму кинетической и потенциальной энергий тела в точке, находящейся от поверхности Земли на высоте h_1*=5м*. Трением тела о воздух пренебречь. Сравните эту энергию с первоначальной энергией тела.

Дано:
m=5кг
h=20м
h_1*=5м*
E_1–?



Решение

Полная механическая энергия тела на высоте h_1 равна сумме потенциальной и кинетической энергий: $E = E_n + E_k$ (1).

Потенциальная энергия тела определяется по формуле:

$$E_n = mgh_1 \qquad (2).$$

Кинетическая энергия тела определяется по формуле:

$$E_k = \frac{mv_1^2}{2}.$$

Изменение потенциальной энергии тела при падении с высоты h на высоту h_1 идет на увеличение кинетической энергии тела:

$$mgh - mgh_1 = \frac{mv_1{}^2}{2}.$$

Отсюда находим $v_1 = \sqrt{2g(h - \mathrm{h}_1)}$ (3). Подставив уравнения (2) и (3) в уравнение (1), получим расчетную формулу:

$$E_1 = mgh_1 + \frac{m2g(h - h_1)}{2}.$$

Ответ: E_1=981 Дж.

Задача №3

Автомашина массой *m=2000 кг* останавливается за промежуток времени *1=6 с*, пройдя расстояние *S=30 м.*

Определите начальную скорость автомашины и силу торможения.

Дано:	**Решение**
m=2000 кг *t=6 с* *S=30 м* *v=0 м/с*	Закон изменения скорости при равнозамедленном движении имеет вид: $v = v_0 - at$ (1). Так как конечная скорость равна нулю v=0, то из уравнения (1) получаем $v_0 = at$ (2).
v_0–? $F_{тр.}$–?	Кинематическое уравнение движения имеет вид:

$$\mathrm{S} = \frac{at^2}{2} \qquad (3).$$

Из уравнения (2) найдем: $a = \frac{2S}{t^2}$ (4)

Подставив уравнение (4) в уравнение (2), получим расчетную формулу: $v_0 = \frac{2S}{t}$.

При торможении автомашины ее кинетическая энергия затрачивается на совершение работы по преодолению силы торможения:

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_{\text{тр.}}S \qquad (5).$$

Из уравнения (5), с учетом уравнения (4), после преобразования получаем расчетную формулу: $F = \frac{2mS}{t^2}$.

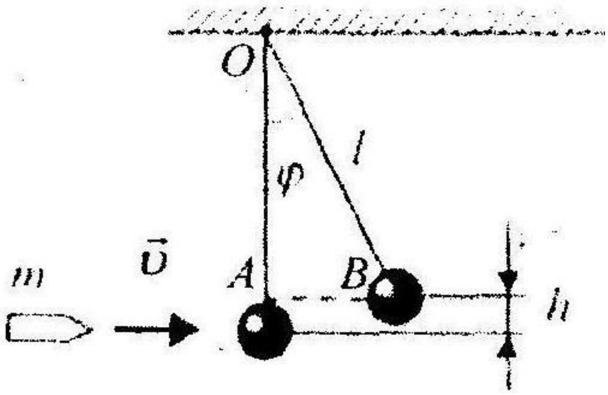
Ответ: υ_0=10 м/с, F=3,33 кН.

Задача №4

Пуля массой *m= 15 г*, летящая горизонтально со скоростью *υ=200 м/с,* попадает в неупругий шар массой *M = 1,5 кг*, подвешенный на невесомой тонкой нити длиной *l=1* м и застревает в нем.

Определите угол отклонения φ нити.

Дано:	Решение
m=15г=0,015кг *υ=200 м/с* *M=1,5 кг* *l=1 м*	На основании закона сохранения импульса можно записать: *mυ=(m+M)u* (1). Из уравнения (1) найдем u-скорость шара вместе с пулей сразу после столкновения: $u = \frac{mv}{m+M}$ (2).
φ–?	



Когда шар вместе с пулей поднимется на максимальную высоту, то вся кинетическая энергия превратится в потенциальную энергию системы.

На основании закона сохранения механической энергии можно записать:

$$\frac{(m+M)u^2}{2} = (m+M)gh \qquad (3).$$

Решая совместно уравнения (2) и (3), после преобразования получаем:

$$h = \frac{(mv)^2}{2gl(m+M)} \qquad (4).$$

Из прямоугольного треугольника *OAB*:

$$cos\varphi = \frac{l-h}{l} = l - \frac{h}{l} \ (5).$$

Решая совместно уравнения (5) и (4) получим расчетную формулу:

$$cos\varphi = 1 - \frac{(mv)^2}{2gl(m+M)^2} \approx 0{,}8.$$

Величина угла $\varphi = arccos\,\varphi \approx 36{,}9°$

Ответ: $\varphi \approx 36{,}9°$

Задачи для контрольных заданий

1. Зависимость пройденного телом пути S от времени t дается уравнением: $S = At - Bt^2 + ct^3$, где $A = 2\ м/с$, $B = 3\ м/с^2$, $c = 4\ м/с^3$. Найти:

а) зависимость скорости υ и ускорения a от времени;

б) расстояние S, пройденное телом, скорость υ и ускорение a тела через время $t = 2\ с$ после начала движения.

2. Точка движется по окружности радиусом $R = 4\ м$. Закон ее движения выражается уравнением $S = A + Bt^2$, где $A = 8\ м$, $B = -2\ м/с^2$. Определить момент времени t, когда нормальное ускорение точки равно $a_n = 9\ м/с^2$. Найти скорость υ, тангенциальное ускорение a_τ и полное a ускорение точки в тот же момент времени.

3. Две материальные точки движутся согласно уравнениям: $x_1 = A_1t + B_1t^2 + c_1t^3$ и $x_2 = A_2t + B_2t^2 + c_2t^3$, где $A_1 = 4\ м/с$, $B_1 = 8\ м/с^2$, $c_1 = -16\ м/с^3$, $A_2 = 2\ м/с$, $B_2 = -4\ м/с^2$, $c_2 = 1\ м/с^3$. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости υ_1 и υ_2 точек в этот момент времени.

4. Материальная точка движется в плоскости XY согласно уравнениям: $x = A_1 + B_1t + c_1t^2$ и $y = A_2 + B_2t + c_2t^2$, где $B_1 = 7\ м/с$, $c_1 = -2\ м/с^2$, $B_2 = -1\ м/с$, $c_2 = 0{,}2\ м/с^2$. Найти модули скорости υ и ускорения a точки в момент времени $t=5c$.

5. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид: $x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + c_1 t^3$ и $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + c_2 t^3$, где $B_1 = 4\,м/c^2$, $c_1 = -3\,м/c^3$, $B_2 = -2\,м/c^2$, $c_2 = 1\,м/c^3$. Определить момент времени, для которого ускорения этих точек будут одинаковы.

6. Зависимость пройденного телом пути по окружности радиусом $R=3\,м$ задается уравнением $S = At^2 + Bt$, $A=0{,}4\,м/c^2$, $B=0{,}1\,м/c$. Определить для момента времени $t=1c$ после начала движения ускорения:

а) нормальное a_n,

б) тангенциальное a_τ,

в) полное a.

7. Пуля массой *m=20 г* ударяет в толстую доску под углом 90^0. В момент удара скорость пули υ_0 *=300 м/с*. Углубившись в доску, пуля остановилась через промежуток времени $\Delta t = 5\cdot 10^{-4} c$. Определите среднюю силу сопротивления доски и расстояние, на которое пуля проникла в доску.

8. Тело брошено вертикально вверх со скоростью *3 м/с*. На какой высоте кинетическая энергия тела будет равна потенциальной энергии? Сопротивлением воздуха пренебречь.

9. Стальной шарик массой *m=5 г* падает с высоты $h_1=1$ *м* на горизонтальную поверхность стола и, отразившись от нее, поднимается на высоту $h_2=0{,}8$ *м*. Определите среднюю силу удара, если время соприкосновения шарика со столом длилось $\Delta t = 10^{-2} c$.

10. Автомобиль массой $m=10^3$ *кг* трогается с места и, двигаясь равноускоренно, проходит путь *S=20 м* за время $t = 2c$. Какую мощность должен развивать двигатель этого автомобиля?

11. Пуля массой *m=15 г,* летящая горизонтально, попадает в деревянный брусок, подвешенный на длинной, тонкой, невесомой нити длиной *l=1м* и массой *M=1,5 кг* и застревает в нем. В результате этого тело отклонилось, и нить составила угол $\varphi = 30^o$ от положения нити в равновесии. Определите скорость пули до столкновения.

1.3. Кинематика вращательного движения абсолютно твёрдого тела

При вращательном движении твердого тела все его точки движутся по окружности, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения (рис.1.4). При этом радиус-векторы, проведенные из центров соответствующих окружностей к точкам тела за равные промежутки времени, поворачиваются на один и тот же угол. Угол поворота $\Delta\varphi$ любого из радиус-векторов определяет угловой путь, пройденный телом за данный промежуток времени Δt. Очень малые углы поворота можно рассматривать как векторы $d\vec{\varphi}$, совпадающие с осью, направление которых связано с направлением вращения тела правилом ***правого винта***.

Быстроту изменения углового перемещения с течением времени определяет **угловая скорость**

$$\overrightarrow{w} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (1.12)$$

Угловая скорость является вектором, который направлен вдоль оси вращения в соответствии с **правилом *правого винта.***

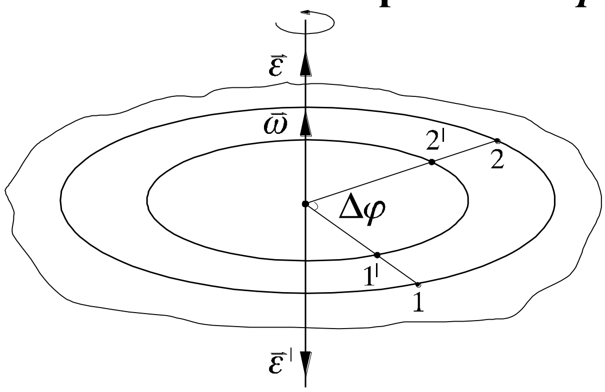


Рис.1.4

Быстроту изменения угловой скорости характеризует вектор ***углового ускорения***

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \ . \qquad (1.13)$$

Направление вектора $\vec{\varepsilon}$ либо совпадает с направлением угловой скорости (при ускоренном вращении $\frac{d\omega}{dt}$>0), либо противоположно ему (при замедленном вращении $\frac{d\omega}{dt}$<0).

Кроме угловых характеристик движение каждой точки вращающегося тела характеризуют линейные величины υ, a, a_n, a_τ (рис.1.5).

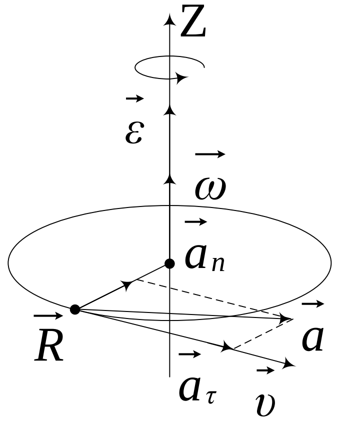


Рис.1.5

Между угловыми и линейными характеристиками движения существуют следующие соотношения:

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{R}], \qquad \upsilon = \omega R. \tag{1.14}$$

$$a_\tau = \varepsilon R, \qquad a_n = \omega^2 R = \frac{\upsilon^2}{R}, \tag{1.15}$$

Основные законы и формулы

Таблица № 3

Кинематика вращательного движения материальной точки	
Мгновенная угловая скорость	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Мгновенное угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

Угол поворота при равнопеременном вращении	$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$
Угловая скорость точки при равнопеременном обращении по окружности	$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$
Угловая скорость при равнопеременном вращении	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$

Задача № 5

Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости *ω = 20 рад/с* через *N = 10 об* после начала вращения. Найти угловое ускорение ε колеса.

Дано:	***Решение***
ω=20 рад/с. *N=10 об* $\omega_0 = 0$ *ε–?*	При равноускоренном вращательном движении кинематическое уравнение движения имеет вид: $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ и угловая скорость изменяется по закону: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$.

Так как по условию задачи $\omega_0 = 0$, то $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$ (1) и $\omega = \varepsilon t$ (2).

Величина угла поворота радиуса колеса за *N* оборотов определяется по формуле:

$$\varphi = 2\pi N \qquad (3).$$

Решая совместно уравнения (1-3) получим:

$$\varepsilon = \frac{\omega^2}{4\pi N} \approx 3{,}2\ (\frac{\text{рад}}{\text{с}^2})$$

Задача №6

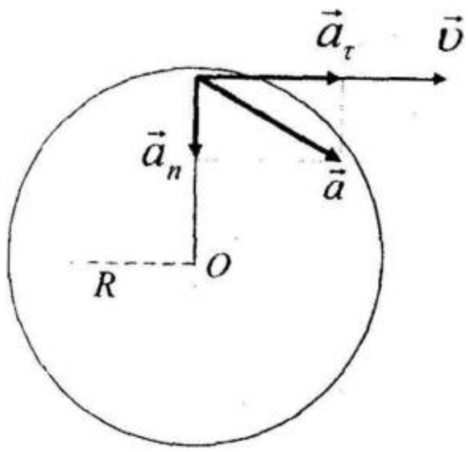
Диск радиусом *R= 5 см* вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением

$\omega = 2At + 5Bt^4$, где *A=2 рад/с*^{2}*, B=1 рад/с*^{5}.

Определить величины тангенциального a_τ, нормального a_n и полного a ускорений для точек на ободе диска через *t= 1* с секунду после начала движения, а также число оборотов *N*, сделанных диском.

Дано:	***Решение***
R=5 см	Ускорения определяются по формулам:
$\omega = 2At + 5Bt^4$	нормальное
*A=2 рад/*с^2	$a_n = R\omega^2 = R(2At + 5Bt^4)^2 = 4{,}05\ (\frac{\text{м}}{\text{с}^2})$;
*B=1 рад/*с^5	угловое
T=1 с	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2A + 5B4t^3 = 24(\text{рад/с}^2)$;
a_τ–? a_n–? a–?	тангенциальное ускорение
N–?	$a_\tau = \varepsilon R = 1{,}2(\text{м/с}^2)$

.



Величину полного ускорения определим из прямоугольного треугольника по теореме Пифагора:

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, $a = 4{,}2\text{м/с}^2$.

Угловая скорость: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$. Отсюда найдем величину элементарного угла поворота радиуса диска за время dt: $d\varphi = \omega dt$.

Величину угла поворота за промежуток времени t найдем интегрированием:

$$\varphi = \int_0^t \omega dt = \int_0^t (2At + 5Bt^4)dt = At^2 + Bt^5 = 3(\text{рад}).$$

Число оборотов, сделанных диском: $N = \frac{\varphi}{2\pi} \approx 0{,}48$.

Задачи для контрольных заданий

12. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3\ рад/с^2$. Определить радиус колеса, если через $t = 1с$ после начала движения полное ускорение колеса $a = 7{,}5\ м/с^2$.

13. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения $n = 50\ об/сек$ после выключения тока, сделав *N=628 оборотов,* остановился. Определить угловое ускорение ε якоря.

14. Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За время $t = 2\ мин$ оно уменьшило частоту вращения от *240 об/мин* до *60 об/мин*. Определить угловое ускорение колеса, число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

15. Колесо, вращаясь равнозамедленно, уменьшило свою частоту с *300* до *180 об/мин* в течение *1 минуты*. С каким угловым ускорением двигалось колесо и сколько оборотов оно сделало за это время?

16. Вал молотилки вращается с постоянной угловой скоростью *18,9 рад/с*. С некоторого момента вал тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением *6 рад/с^2*. Через какое время вал остановится и сколько оборотов он сделает до полной остановки?

17. Коленчатый вал двигателя трактора, вращаясь равнозамедленно, изменил за 40 с частоту своего вращения от *1200 об/мин* до *720 об/мин*. Определить угловое ускорение вала и число оборотов, сделанных за это время.

18. Вал молотилки, вращаясь равноускоренно, через *12 оборотов* после начала вращения достиг скорости, соответствующей частоте вращения *1150 об/мин*. Найти угловое ускорение вала.

19. Вал вращается с частотой *n=180 об/мин*. С некоторого момента времени вал начал вращаться равнозамедленно с угловым ускорением $\varepsilon = 3\, рад/с^2$. Через какое время t вал остановится? Найти число оборотов N вала до остановки.

20. Вентилятор вращается с частотой *n=900 об/мин*. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки $N = 75\, об$. Какое время прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?

1.4. Динамика вращательного движения

1.4.1. Момент силы. Момент импульса

Динамическими характеристиками вращательного движения являются: ***момент силы, момент импульса и момент инерции тела***.

Момент силы - это физическая величина, определяющая при вращательном движении степень воздействия на данное тело со стороны другого тела. При вращательном движении тела степень воздействия на него определяется не только силой, но и точкой ее приложения.

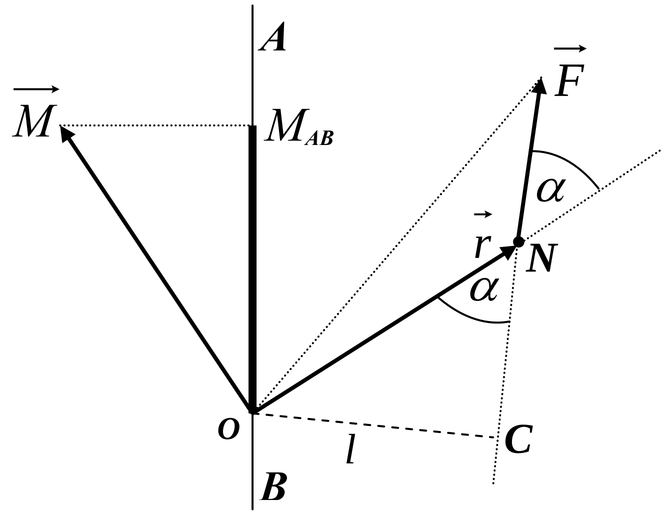
Различают два понятия момента силы: момент силы относительно неподвижной точки *O* (вектор $\vec{M}$) и момент силы относительно неподвижной оси *AB* (скалярная величина M_{AB}).

Моментом силы $\vec{F}$ относительно неподвижной точки O (полюса) называют векторное произведение радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку N приложения силы $\vec{F}$, на вектор силы $\vec{F}$: $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$ (1.16).

Модуль вектора момента силы относительно точки O:

$$|\overrightarrow{M}| = M = Fr\sin\alpha \,,$$

где $r \cdot \sin\alpha = l$ называют плечом силы.



Плечо силы l- кратчайшее расстояние от точки O до направления действия силы. Вектор $\vec{M}$ приложен к точке O и направлен перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Моментом силы F относительно неподвижной оси AB называют скалярную величину M_{AB}, равную проекции на эту ось вектора $\vec{M}$ момента силы $\vec{F}$ относительно произвольной неподвижной точки O, лежащей на оси AB.

Момент импульса является основной количественной мерой вращательного движения тела. Момент импульса твердого тела относительно оси вращения равен произведению момент инерции тела относительно этой оси на угловую скорость:

$L_z = I_z\, \omega_z.$

1.4.2. Момент инерции

Моментом инерции тела относительно оси *z* является сумма произведений элементарных масс на квадраты расстояний от них до данной оси:

$$I_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \quad (1.17)$$

где m_i и r_i - масса i-й точки и ее расстояние от оси.

Момент инерции есть мера инертности твердого тела к изменению его угловой скорости. Чем больше момент инерции, тем труднее изменить его угловую скорость. Следовательно, момент инерции тела при вращательном движении играет такую же роль, что и масса при поступательном движении.

Момент инерции тела является величиной ***аддитивной***. Вычисление момента инерции тела производится по формулам

$$I_z = \int_0^m r^2 dm = \int_0^V \rho r^2 dV \,, \qquad (1.18)$$

где dm *и* dV – масса и объем элемента тела, находящегося на расстоянии r от оси z, ρ – плотность тела в данной точке.

Моменты инерции некоторых однородных тел правильной геометрической формы относительно оси z, проходящей через центр массы тела, приведены в таблице 4.

Таблица 4

Моменты инерций тел правильной геометрической формы

Твердое тело	Ось вращения	Момент инерции
Кольцо радиусом R	Совпадает с осью кольца	$I = m R^2$
Сплошной цилиндр радиусом R	Совпадает с осью цилиндра	$I = \frac{1}{2} m R^2$
Шар радиусом R	Проходит через центр шара	$I = \frac{2}{5} m R^2$
Тонкий стержень длиной l	Перпендикуляр на стержню, проходит через его центр	$I = \frac{1}{12} m l^2$

Момент инерции I_x тела относительно ***произвольной оси*** равен сумме момента инерции тела I_c относительно параллельной ей оси, проходящей через центр масс C, и произведения массы тела

m на квадрат расстояния d между этими осями **(теорема Штейнера):**

$$I_x = I_c + md^2. \tag{1.19}$$

1.4.3. Основной закон динамики вращательного движения

Для твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси Z, скорость изменения момента импульса тела L относительно этой же оси определяется действием результирующего момента всех внешних сил, относительно данной оси, т.е.

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z^{внеш}, \tag{1.20}$$

учитывая, что, $L_z = I_z\omega$ получим

$$I_z\frac{d\omega}{dt} = M_z^{внеш}, \tag{1.21}$$

или

$$I_z\varepsilon = M_z^{внеш}. \tag{1.22}$$

Уравнения (1.20) - (1.22) представляют собой **уравнения динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси**.

Из последней формулы видно, что чем больше момент инерции тела, тем меньшее угловое ускорение оно приобретает под действием одного и того же момента внешних сил.

1.5.Механическая энергия, работа и мощность

Энергией **называется** ***скалярная физическая величина, являющаяся единой мерой различных форм движения и типов взаимодействия материальных объектов***. Механическая энергия зависит от относительного расположения взаимодействующих тел и скорости их движения. Изменение механической энергии тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Для количественного описания процесса обмена энергией между взаимодействующими телами в механике вводят понятие работы.

1.5.1 Механическая работа при поступательном движении

Элементарная работа силы $\vec{F}$ на малом перемещении $d\vec{r}$ определяется выражением

$$\delta A = FdS\cos\alpha = F_r\, dS\ , \qquad (1.23)$$

где $dS=|\vec{r}|$, $F_r = F\cos\alpha$ - проекция силы на направление перемещения $d\vec{r}$, α - угол между векторами $\vec{F}$ и $d\vec{r}$.

Работа, совершаемая силой $\vec{F}$ на конечном участке траектории точки ее приложения, равна алгебраической сумме работ на всех малых частях этого участка, т.е. выражается криволинейным интегралом

$$A = \int_L \left(\vec{F} \cdot \overrightarrow{dr}\right) \qquad (1.24).$$

Силы, совершающие работу, принято подразделять на ***консервативные (потенциальные) и неконсервативные (диссипативные)***. Силы являются консервативными, если их работа не зависит от пути, по которому тело переходит из одного положения в другое, а полностью определяется начальной и конечной конфигурацией взаимодействующих тел. Соответственно, работа консервативных тел вдоль любой замкнутой траектории равна нулю.

Все силы, не удовлетворяющие этому условию, называют неконсервативными. К числу неконсервативных сил относятся, например, силы трения и сопротивления.

Для характеристики работы, совершаемой за единицу времени, в механике пользуются понятием мощности.

Мощностью называется скалярная физическая величина, равная отношению элементарной работы dA к тому промежутку времени dt, в течение которого эта работа совершается

$$N = \frac{dA}{dt}\,. \qquad (1.25)$$

1.5.2. Кинетическая и потенциальная энергия

Часть механической энергии, зависящая от скорости движения тел в пространстве, называется ***кинетической*** энергией. Другая часть механической энергии, зависящая от взаимного расположения тел, т.е. от конфигурации системы, называется ***потенциальной*** энергией.

В классической механике выражение для кинетической энергии материальной точки и поступательного движения абсолютно твердого тела имеет вид

$$E = \frac{mv^2}{2} \tag{1.26}$$

Если тело вращается вокруг неподвижной оси, то его кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий всех материальных точек, на которые это тело можно мысленно разбить, т.е.

$$E = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2}$$

Поскольку линейная скорость i- й точки $\upsilon_i = \omega r_i$, где r_i – расстояние от этой точки до оси вращения, а ω - угловая скорость тела, то

$$\mathrm{E} = \frac{\omega^2}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}, \tag{1.27}$$

В данной формуле I_z есть момент инерции тела относительно оси вращения. Следовательно, кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, определяется по аналогии с кинетической энергией поступательного движения, только вместо массы фигурирует момент инерции, а вместо линейной скорости – угловая.

Потенциальная энергия в поле силы тяжести равна $E = mgh$, а потенциальная энергия упруго деформированного тела (например, пружины) равна $E=\frac{kx^2}{2}$, где k - коэффициент упругости, а x - абсолютная деформация.

1.6. Законы сохранения

Любое тело (или совокупность тел) представляет собой, по существу, систему материальных точек. Состояние системы характеризуется одновременным заданием координат и скоростей всех ее частиц. При движении системы ее состояние изменяется со временем. Существуют, однако, такие функции координат и скоростей, которые способны сохраняться во времени. К ним относятся энергия, импульс и момент импульса.

В соответствии с этим имеют место **три закона сохранения** – ***закон сохранения энергии, закон сохранения импульса и закон сохранения момента импульса***, которые выполняются в замкнутых системах.

Система называется ***замкнутой***, если она не обменивается с другими телами, не входящими в эту систему, соответственно энергией, импульсом, моментом импульса.

1.6.1. Закон сохранения импульса

Импульс системы $\vec{P}$ равен векторной сумме импульсов ее отдельных частиц, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{\mathrm{P}_i} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i \quad (1.28),$$

где $\overrightarrow{P_i}$ – импульс i-й частицы.

В замкнутой механической системе импульс системы остается постоянным:

$$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{P_i} = const$$

1.6.2. Закон сохранения момента импульса

Момент импульса произвольной системы относительно оси Z определяется как сумма моментов импульсов ее частиц

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} L_{iz}\,, \qquad (1.29)$$

где L_{iz} – момент импульса относительно оси Z для i-й частицы системы.

Момент импульса замкнутой механической системы относительно любой неподвижной оси не изменяется со временем: $L_z = const$

1.6.3. Закон сохранения механической энергии

Полная механическая энергия замкнутой консервативной системы есть величина постоянная.

Если внутри замкнутой системы действуют неконсервативные силы, то механическая энергия такой системы постепенно уменьшается, превращаясь в другие, немеханические формы энергии. Такие замкнутые неконсервативные системы, механическая энергия которых убывает, называются ***диссипативными.***

В принципе, любая реальная механическая система диссипативна, ибо в любой системе всегда действуют какие-либо неконсервативные силы, например силы трения, силы сопротивления, пластические деформации и т.д., приводящие к диссипации энергии (латинское слово «диссипация» означает рассеяние).

Основные законы и формулы

Таблица №5

Вращательное движение твердого тела	
Момент сил относительно неподвижной оси	$M_{AB} = Fl$
Момент сил относительно неподвижной точки	$\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$
Момент импульса относительно неподвижной оси AB	$L_{AB} = I_{AB}\omega$
Момент импульса относительно неподвижной точки	$\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}]$
Основной закон динамики вращательного движения	$M_{AB} = I_{AB}\varepsilon; \quad \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
Закон сохранения момента импульса для изолированной системы тел	$\sum_{i=1}^{n} I_i\omega_i = const$
Кинетическая энергия вращающегося тела	$\mathrm{E} = \frac{I\omega^2}{2}$

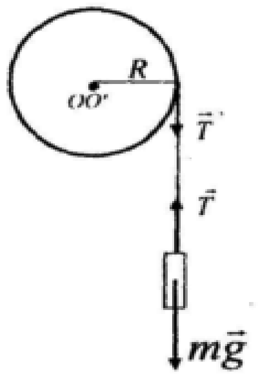
Примеры решения задач

Задача №7

На сплошной цилиндрический вал радиусом *R=0,5 м* намотан трос, к концу которого прикреплен груз массой $m_1 = 10$ кг.

Найти момент инерции вала и его массу, если известно, что груз опускается с ускорением *a*=2,04 м/с^2.

Дано:	Решение
$R=0{,}5$ *м*	
$m_1=10$ *кг*	
$a=2$ *м/с*^{2}	
l–?	
m–?	



Из основного уравнения динамики вращательного движения найдем момент инерции вала относительно неподвижной оси вращения OO': $I = \frac{M}{\varepsilon}$ (1).

Угловое ускорение вала связано с линейным ускорением соотношением:
$\varepsilon R = a$ (2). Момент силы, вращающей вал, равен произведению силы натяжения троса *T'* на плечо *R*: $M=T'R$ (3). Учтя, что $T'=T$, на основании второго закона Ньютона для груза можно записать: $m_1 g - T = m_1 a$ (4). Решая совместно уравнения (1-4), получим:

$$I = \frac{(m_1 g - m_1 a)R^2}{a} = 9{,}75\ (\text{кг} \cdot \text{м}^2).$$

Момент инерции вала относительно оси *OO'*: $I = \frac{mR^2}{2}$, откуда $m = \frac{2I}{R^2} = 78$ (кг).

Задача №8

Под действием вращающего момента силы $M=490$ *Н·м* коленчатый вал трактора начал вращаться равноускоренно. Какую кинетическую энергию E_k приобрел вал, если его разгон длился промежуток времени t=80 с. Момент инерции вала

I=10 кг· м^2. Сколько оборотов N сделал вал за это время?

Дано:	***Решение***
M=490 Н·м	Работа момента силы определяется по формуле:
$t=80$ *с*	$A=M\cdot\varphi$ (1).
I=10 кг· м^2	Эта работа идет на увеличение кинетической
ω_0=0	энергии вала: $A=\Delta E_k$ (2).
$\Delta E_к$ - ?	Из уравнений (1) и (2) получаем:
N - ?	$\Delta E_k = M\cdot\varphi$ (3).

Так как вращение вала начинается без начальной угловой скорости (ω_0=0), то кинематическое уравнение вращения вала имеет вид: $$\varphi=\frac{\varepsilon\cdot t^2}{2} \qquad (3).$$

Подставив уравнение (3) в уравнение (2), получим:

$$\Delta E_к = M\frac{\varepsilon\cdot t^2}{2} \qquad (4).$$

Из основного закона динамики вращательного движения выразим угловое ускорение: $\varepsilon=\frac{M}{J}$ (5).

Подставив уравнение (5) в уравнение (4), получим расчетную формулу: $\Delta E_к=\frac{M^2t^2}{2I}=7{,}68\cdot10^7$ (Дж).

Количество оборотов: $N=\frac{\varphi}{2\pi}=\frac{\varepsilon\times t^2}{4\pi}=\frac{Mt^2}{I4\pi}\approx 2{,}5\cdot10^4$.

<u>Задача №9</u>

Платформа в виде сплошного диска массой $m_1=180$ кг вращается около вертикальной оси с частотой $n_0=0{,}17$ об/с. В центре платформы стоит человек массой $m_2=60$ кг.

С какой частотой n будет вращаться платформа, если человек перейдет на край платформы?

Дано:	***Решение***
R=1,5 м	Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы.
$m_1=180$ кг	Поэтому на основании закона сохранения момента импульса можно записать
$n_0=0{,}17$ об/с	$(I_1+I_2)\omega_0=(I_1+I'_2)\omega$ (1), где:
$m_2=60$ кг	I_1 – момент инерции платформы $I_1=\frac{1}{2}m_1R^2$;
$n-?$	$I_2=0$ – момент инерции человека, стоящего в центре платформы;

$I'_2 = m_2R^2$ – момент инерции человека, стоящего на краю платформы *(человека считают материальной точкой)*;

$\omega_0 = 2\pi n_0$ – угловая скорость платформы, когда человек стоит в ее центре;

$\omega = 2\pi n$ – угловая скорость платформы, когда человек стоит на ее краю.

Учтя выражения для моментов инерции и угловых скоростей человека и платформы соответственно, уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{1}{2}m_1R^2 2\pi n_0 = \left(\frac{1}{2}m_1R^2 + m_2R^2\right)2\pi n.$$

После преобразования получим: $n = \dfrac{n_0 m_1}{m_1 + 2m_2} = 0{,}1$ (об/с).

Задачи для контрольных заданий

21. Момент инерции колеса диаметром *d=0,2 м* равен *I=192,1* $кг \cdot м^2$. К колесу приложен постоянный момент силы *M=96* $Н \cdot м$. Определить угловую скорость ω и угловое ускорение ε колеса, а так же линейную скорость υ точек на его ободе через промежуток времени *t=80 с* после начала вращения.

22. Молотильный барабан вращается с частотой *n=600 об/мин*. Под действием постоянного тормозящего момента *M=10* $Н \cdot м$ барабан останавливается в течение *t=3 мин*. Определить момент инерции барабана.

23. Барабан сепаратора вращается с частотой *n*=8250 *об/мин.* Под действием постоянного тормозящего момента он остановился через *t*=80 *с*. Определить тормозящий момент M, если момент инерции барабана $I = 9{,}12 \cdot 10^3 кг \cdot м^2$.

24. Под действием тормозящего момента *M*=0,5 $Н \cdot м$ колесо автомобиля уменьшило за *t=30 с* свою частоту вращения от n_1*=180 об/мин* до n_2*=120 об/мин*. Определить момент инерции колеса и его угловое ускорение радиусом *R=0,5 м* приложена касательная сила *F=100 Н*, сообщающая ему угловое ускорение $\varepsilon = 7{,}8 рад/с^2$. Определить массу колеса m и время t, в течение которого колесо приобретает скорость, соответствующую частоте *n=50 об/с.*

26. Стержень длиной $l=100$ *см* и массой $m=1$ *кг* вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 0{,}8\, рад/с^2$ вокруг оси, проходящей через его середину перпендикулярно длине. Определить момент силы M, вращающей стержень.

27. Барабан молотилки, вращаясь, совершает $n=1200$ *об/мин*. При торможении он останавливается, сделав при этом $N = 60$ полных оборотов. Определить тормозящий момент M, если момент инерции барабана $I = 50\, кг \cdot м^2$.

28. Вал вентилятора зерноочистительной машины вращается с частотой $n=800$ *об/мин*. Под действием тормозящего момента $M=200$ $Н \cdot м$ он останавливается. Момент инерции вентилятора $I = 25\ кг \cdot м^2$. Определить работу A сил торможения, число оборотов, сделанных вентилятором до полной остановки.

29. Под действием тормозящего момента $M=0{,}5$ $Н \cdot м$ колесо автомобиля уменьшило частоту вращения от $n_1=180$ *об/мин* до $n_2=120$ *об/мин*. Определить работу A сил торможения и число оборотов N, сделанных за это время, если момент инерции колеса $I = 2{,}39\, кг \cdot м^2$.

30. Вычислить кинетическую энергию $E_к$ вала диаметром $D=0{,}6$ *м*, вращающегося с частотой $n=240$ *об/мин*, если масса вала $m = 2 \cdot 10^3\, кг$.

31. Снаряд массой $m=400$ *кг* движется со скоростью $\upsilon = 780$ *м/с*, делая $n=5270$ *об/мин*. Определить, во сколько раз энергия поступательного движения $E_{пост.}$ больше энергии его вращательного движения $E_{вращ..}$. Момент инерции снаряда $I=4{,}9$ $кг \cdot м^2$.

32. Обруч массой $m=1$ *кг* и радиусом $R=0{,}4$ *м* катится без скольжения по горизонтальной плоскости. При этом его полная кинетическая энергия равна $E=25$ *Дж*. Найти угловую скорость ω вращения обруча.

33. Шар радиусом $R=8$ *см* и массой $m=400$ *г* катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая $n=300$ *об/мин*. Найти полную кинетическую энергию E шара.

34. Снаряд, имеющий вид цилиндра диаметром $D=6$ *см*, летит со скоростью $\upsilon = 400$ *м/с* и вращается с частотой $n=500$ *об/с*. Найти его полную кинетическую энергию E, если его масса равна $m=30$ *кг*.

35. Обруч и диск имеют одинаковую массу по $m=3{,}75$ *кг* и катятся с одинаковой скоростью $\upsilon = 6$ *м/с*. Найти кинетические энергии этих тел.

36. Для остановки диска, вращающегося с частотой *n=20 об/с,* требуется совершить работу *А=350 Дж.* Определить момент инерции I диска.

37. Медный шар радиусом $R = 10\,см$ вращается с частотой n_o=*2 об/с* вокруг оси, проходящей через его центр. Плотность меди ρ=8,6·$10^3 кг/м^3$. Какую работу A надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара в два раза?

38. Человек стоит в центре скамьи Жуковского и вращается вместе с ней по инерции, делая 0,5 об/с. Момент инерции тела человека относительно оси вращения 20 $кг \cdot м^2$. В вытянутых горизонтально руках человек держит гири массой по 2,04 кг, расстояние между гирями 1,4 м. Сколько оборотов в секунду будет делать скамья с человеком, если он опустит руки и расстояние между гирями станет равным 0,4 м? Моментом инерции скамьи пренебречь.

39. В центре горизонтальной платформы массой 102,4 кг и радиусом 2 м, вращающейся со скоростью, соответствующей 1 об/с, стоит человек и держит в расставленных руках 2 гири. На какую величину уменьшился момент количества движения человека, когда он опустил руки, если платформа при этом стала вращаться с частотой 1,5 об/с?

40. Горизонтальная платформа массой 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой 10 об/мин. Человек массой 60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу диском, человека – материальной точкой.

41. Горизонтальная платформа массой 80 кг и радиусом 1 м вращается с частотой 20 об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от 2,44 $кг \cdot м^2$ до 0,98 $кг \cdot м^2$? Считать платформу однородным диском.

42. Человек массой 60 кг, стоящий на краю горизонтальной платформы массой 120 кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой 10 об/мин, переходит к ее центру. Считая платформу однородным диском, а человека –

точечной массой, определить, с какой частотой будет вращаться платформа.

43. Человек массой 60 кг, стоящий на краю горизонтальной платформы радиусом 1 м и массой 120 кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой 10 об/мин, переходит к ее центру. Считая платформу однородным диском, а человека – точечной массой, определить работу, совершаемую человеком при переходе от края платформы к ее центру.

44. Горизонтальная платформа массой 80 кг и радиусом 1 м вращается с частотой 20 об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в руках гири. Момент инерции человека с гирями 2,94 $кг \cdot м^2$. Человек опускает руки, при этом частота вращения платформы увеличилась до 21 об/мин. Каким стал момент инерции человека?

45. Платформа, имеющая форму однородного диска, может вращаться по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. Определить, во сколько раз масса человека меньше массы платформы, если угловая скорость вращения платформы возросла в 1,43 раза после того, как человек перешел ближе к центру на расстояние, равное половине радиуса платформы.

2. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

2.1.1. Гармонические колебания. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

Колебаниями называют процессы, характеризующиеся повторяемостью во времени. Простейшими из них являются ***гармонические колебания***, при которых колеблющиеся величины изменяются со временем по закону синуса или косинуса.

Кинематическое уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = A\,sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad (2.1)$$

где x - смещение системы от своего положения равновесия;

А - амплитуда колебаний;

$\varphi = \omega_0 t + \alpha$ - фаза колебаний;

α -начальная фаза ;

ω_0 -собственная циклическая частота.

Продифференцировав дважды уравнение (4.1) по времени найдём скорость и ускорение колеблющейся точки

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega\,cos(\omega t + \varphi_0) \qquad (2.2)$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega^2\,sin(\omega t + \varphi_0) \qquad (2.3)$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.4)$$

2.1.2. Математический и физический маятники

Идеализированные системы, в которых колебания возникают за счёт первоначально сообщённой энергии при последующем отсутствии внешних воздействий и описываются уравнением (2.1) называются **гармоническими осцилляторами**. Примерами гармонических осцилляторов являются ***пружинный, физический и математический маятники.*** Колебания, возникающие в таких системах при отсутствии сил трения, называются ***собственными гармоническими колебаниями***.

Математическим маятником ***называют идеализированную систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешена масса, сосредоточенная в одной точке .***

При отклонении от положения равновесия на некоторый угол φ математический маятник начинает совершать свободные колебания. В случае малых колебаний $\sin\varphi \approx \varphi$, дифференциальное уравнение колебаний математического маятника имеет вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0 \tag{2.5}$$

где $\omega_0 = \sqrt{g/l}$; $\boldsymbol{l}$ – длина математического маятника; g – ускорение свободного падения.

Общее решение этого дифференциального уравнения имеет вид

$$\varphi = A\cos(\omega_0 t + \alpha), \tag{2.6}$$

где A и α – постоянные, определяемые начальными условиями возбуждения колебаний.

Таким образом, при малых колебаниях математический маятник колеблется по гармоническому закону. Период колебаний математического маятника равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{2.7}$$

Видно, что период T зависит только от длины маятника $\boldsymbol{l}$, ускорения силы тяжести $\boldsymbol{g}$ и не зависит от его массы.

Физический маятник – ***любое тело, подвешенное в точке, лежащей вне его центра тяжести***.

Маятник, отклоненный на малый угол α от положения равновесия, будет совершать гармонические колебания. Обозначим через I момент инерции маятника.

Дифференциальное уравнение гармонического колебательного движения физического маятника

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2}+mgl_c\alpha=0 \quad (2.8),$$

где l_c-расстояние от оси вращения до центра масс.
Частота и период колебаний определяются из формул

$$\omega=\sqrt{\frac{mgl_c}{I}}\ ,$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl_c}}\ . \quad (2.9)$$

Величина $L=\frac{I}{ml_c}$ называется ***приведённой длиной физического маятника, она численно равна длине математического маятника с периодом колебаний, равным периоду колебаний данного физического маятника.***

Таким образом, период и частота колебаний физического маятника определяются выражениями

$$T=\sqrt{\frac{L}{g}},\qquad \omega=\sqrt{\frac{g}{L}} \qquad (2.10)$$

Основные законы и формулы

Таблица № 6

Гармонические колебания	
Соотношение между периодом и частотой колебаний	$T=\frac{1}{\nu}$
Соотношение между циклической частотой и частотой колебаний	$\omega=2\pi\nu$
Уравнение гармонического колебания	$x=A\sin(\omega\cdot t+\varphi_0)$
Скорость материальной точки при гармонических колебаниях	$v=\frac{dx}{dt}=-A\omega\cos(\omega\cdot t+\varphi_0)$
Ускорение материальной точки при гармонических колебаниях	$a=\frac{dv}{dt}=-A\omega^2\sin(\omega\cdot t+\varphi_0)$

Период гармонических колебаний математический маятники	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
Период колебаний пружинного маятника	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$
Полная энергия колеблющейся материальной точки	$E = \frac{mA^2\omega^2}{2}$

Примеры решения задач

Задача №10

Гармонические колебания величины x описываются уравнением $x = 0{,}02cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, *м.*

Определите: 1) амплитуду колебаний A; 2) циклическую частоту ω_0; 3) частоту колебанийv; 4) период колебаний T.

Дано:	***Решение***
$x = 0{,}02 \cdot cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, *м* $A-?\ \omega_0-?\ v-?\ T-?$	Уравнение гармонических колебаний имеет вид: $x = A \cdot \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right)$ (1).

$x = 0{,}02 \cdot cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ *м*, видим, что: *A=0,02 м*, $\omega_0 = 6\pi \approx 18{,}8$ рад/с.

Так как $\omega_0 = 2\pi v$, то $v = \frac{\omega_0}{2\pi} = 3$ *Гц*.

Период колебаний: $T = \frac{1}{v} \approx 0{,}33$ с.

Ответ: $A = 0{,}22$ м; $\omega_0 = 6\pi$ с$^{-1}$; $v = 3$ Гц; $T = 0{,}33$ с.

Задача №11

Колебательное движение материальной точки задается уравнением:

$$x = 0{,}05 \sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right), \text{м.}$$

Определить амплитуду, период, начальную фазу, максимальную скорость и максимальное ускорение колебания, полную механическую энергию, максимальное значение силы, действующей на точку массой 5 г.

Решение

Запишем уравнение гармонического колебания в общем виде: $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, сравнивая его с заданным уравнением, видим, что амплитуда: $A = 0{,}05 м$; циклическая частота колебаний: $\omega_0 = \frac{\pi}{4} рад/с$ и начальная фаза: $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. Учитывая, что $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, находим $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$; $T = \frac{2\pi \times 4}{\pi} = 8$ (с).

Скорость материальной точки равна первой производной от координаты по времени: $\upsilon = \frac{dx}{dt} = 0{,}05\frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)$.

Скорость имеет максимальное значение, когда $\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = 1$, то есть: $\upsilon_{max} = 0{,}05\frac{\pi}{4} = 0{,}039$ (м/с). Ускорение материальной точки $a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A \times \omega_0^2 \times \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$. Ускорение имеет максимальное значение, когда $\sin(\omega_0 t + \varphi_0) = 1$, то есть

$$a_{max} = -0{,}05\frac{\pi^2}{16} = -0{,}031 \text{ (м/с}^2).$$

Максимальное значение силы: $F_{max} = ma_{max}$;
$F_{max} = 5 \times 10^{-3}(-0{,}031) = 0{,}16 \times 10^{-3}$ (Н).

Полная энергия: $W_{пол} = \frac{m\upsilon_{max}^2}{2} = \frac{kx_{max}^2}{2}$;

$$W_{пол} = \frac{5 \times 10^{-3} \times 3{,}9^2 \times 10^{-4}}{2} = 38 \times 10^{-7} \text{ (Дж)}$$

2.1.3. Затухающие колебания и их характеристики

Рассмотрим реальную механическую систему (например, пружинный маятник), в которой действуют силы трения: $F_{тр} = -r \cdot \upsilon$, где r- коэффициент сопротивления.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.11) \quad ,$$

где $\beta = \frac{r}{2m}$ - коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$- собственная частота колебаний системы. Решение уравнения (7.15) имеет вид

$$X = A_0 e^{-\beta \cdot t}\cos(\omega t + \alpha), \qquad (2.12)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ - частота затухающих колебаний.

Амплитуда колебаний в этом случае изменяется по закону

$$A = A_0 e^{-\beta t} \qquad (2.13)$$

а период колебаний определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \qquad (2.14)$$

Основные характеристики затухающих колебаний:

1) **время *релаксации*** τ -время, в течении которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

$$\frac{A_0}{A_0 e^{-\beta\tau}} = e \Rightarrow \beta\tau = 1 \qquad (2.15)$$

2)***логарифмический декремент затухания***, представляющий логарифм отношения двух соседних амплитуд, т.е.

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}, \qquad (2.16)$$

где N - число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

3) ***добротность колебательной системы***

$$Q = 2\pi\frac{E}{\Delta E} = \frac{\pi}{\lambda}, \qquad (2.17)$$

где E - энергия системы в момент времени t; ΔE -убыль энергии за один период колебаний.

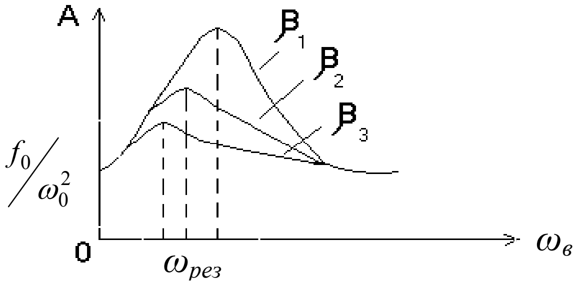
2.1.4. Вынужденные колебания. Резонанс

Вынужденными называются такие колебания, *которые возникают в колебательной системе под действием внешней периодически изменяющейся силы*.

Амплитуда вынужденных колебаний зависит от частоты вынуждающей силы. При некоторой частоте амплитуда достигает максимума. Это явление называется резонансом, а соответствующая частота - резонансной частотой:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \qquad (2.18)$$

Резонансные кривые при различных значениях коэффициента затухания представлены на рисунке .



$\beta_3 > \beta_2 > \beta_1$

Рис. 3

Основные законы и формулы

Таблица №7

Затухающие колебания	
Дифференциальное уравнение затухающего колебания	$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$
Решение уравнения затухающего колебания	$x = A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0)$
Условная циклическая частота	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$
Сила трения	$F_{тр} = -rv$
Коэффициент затухания	$\beta = \frac{r}{2m}$
Связь коэффициента затухания со временем релаксации	$\beta = \frac{1}{\tau}$
Логарифмический декремент затухания	$\delta = ln\frac{A_{(t)}}{A_{(t+T)}} = \beta T$
Связь логарифмического декремента затухания с числом колебаний, по совершении которых амплитуда уменьшается в е раз	$\delta = \frac{l}{N}$

<u>Задача №12</u>

Тем массой $m = 0{,}6$ кг, подвешенное к спиральной пружине жесткостью $k = 30$ Н/м, совершает в некоторой среде упругие колебания. Логарифмический декремент колебаний $\delta = 0{,}01$.

Определите: 1) время, за которое амплитуда колебаний уменьшится в 3 раза; 2) число полных колебаний, которые совершит тело, чтобы произошло подобное уменьшение амплитуды.

Дано:	***Решение:***
$m = 0{,}6$ кг	Уравнение затухающих колебаний имеет вид:
$k = 30\,\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	$x = A_0 e^{-\beta t_1}$. Отношение амплитуд:
$\delta = 0{,}01$	$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_0}{A_0 e^{-\beta t_1}} = e^{\beta t_1}$ (1).
$\frac{A_0}{A_1} = 3$	Прологарифмируем уравнение (1):
$t_1 - ?$	$ln\frac{A_0}{A_1} = \beta t_1$ (2). Из уравнения (2) выразим
$N_1 - ?$	время: $t_1 = \frac{1}{\beta} ln\frac{A_0}{A_1}$ (3).

Коэффициент затухания: $\beta = \frac{\delta}{T}$ (4). Условный период затухающих колебаний: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (5). Подставив уравнения (4) и (5) в уравнение (3), получим: $t_1 = \frac{2\pi}{\delta}\sqrt{\frac{m}{k}}\, ln\frac{A_0}{A_1}$.

Ответ: $t_1 = 97{,}6$ с; $N_1 = 110$.

3. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО - КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

3.1. Идеальный газ. Уравнение состояния. Основное уравнение молекулярно - кинетической теории

Состояние термодинамической системы описывается некоторым числом макроскопических величин-параметров состояния. Наиболее распространёнными параметрами состояния являются ***температура T, давление P*** **и** ***объём V***.

Состояние термодинамической системы называют стационарным, если оно не изменяется во времени. Если стационарность состояния не обусловлена внешними воздействиями, то оно называется равновесным.

Наряду с параметрами состояния системы вводятся другие величины, которые также характеризуют её состояние и меняются с изменением состояния, т. е. являются функциями состояния. Эти величины зависят только от состояния и не зависят от того пути, по которому система перешла из одного состояния в другое. Наиболее важными функциями состояния являются ***внутренняя энергия системы U*** и её ***энтропия S*.**

Единицей количества вещества в системе СИ является моль: ***1 моль - такое количество вещества, в котором содержится столько же атомов, молекул или ионов, сколько в 12 г чистого изотопа углерода*** $^{12}_{6}C$. Число молекул, атомов или ионов N_a , содержащихся в 1 моле вещества называется ***числом Авогадро*** (N_a=6,022·10^{23} моль$^{-1}$).

Разреженные газы, собственным объёмом молекул которых и их взаимодействием можно пренебречь, описываются моделью идеального газа. Уравнение, связывающее между собой параметры равновесного состояния, называется уравнением состояния. Такое уравнение для идеального газа, называемое **уравнением Менделеева - Клапейрона,** имеет вид**:**

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT = NkT \tag{3.1}$$

Здесь m-масса газа, M-масса одного моля, ν-количество молей, N-число молекул; R-универсальная газовая постоянная, k-постоянная Больцмана.

Число Авогадро, универсальная газовая постоянная и постоянная Больцмана связаны соотношением

$$R = N_a k$$

Их значения равны: R=8,314 Дж/моль·К, k = 1,380·10^{-23} Дж/К, N_a = 6,022·10^{23}моль$^{-1}$.

Так как отношение числа молекул к объёму представляет собой концентрацию молекул $n = \frac{N}{V}$, то

$$p = nkT. \qquad (3.2)$$

Состояние газа, параметры которого P=1,01·10^5*Па*= 1*атм* = *760 мм.рт.ст*. и Т = 273*К* = 0^o *С*, называют ***нормальным состоянием***. Следовательно, один моль идеального газа, содержащий N_a атомов, занимает при нормальных условиях объём V_M=2,24·10^{-2} *м*^{3}.

$$p = \frac{(N_1 + N_2)kT}{V} = p_1 + p_2; \;\; p = \sum_i p_i \,.$$

***Давление смеси газов равно сумме давлений её компонентов*. Это закон Дальтона**:

$$p = \sum_i p_i$$

При этом давление каждого компонента смеси называется парциальным давлением.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа связывает параметры состояния газа с характеристиками движения его молекул:

$$p = \frac{2}{3} n\overline{E}\,, \qquad (3.3)$$

где $\overline{E} = \frac{m\overline{\upsilon}^2{}_{cp}}{2}$ средняя энергия поступательного движения молекулы. Из сравнения (3.2) с (3.3) следует, что $\overline{E} = \frac{3}{2}kT$. (3.4)

Таким образом, ***абсолютная температура Т есть мера средней кинетической энергии молекул*** (в модели идеального газа потенциальная энергия полагается равной нулю).

В основе вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории лежит положение о том, что движения по направлениям X,Y,Z совершенно равноправны и независимы друг от друга. Если одноатомную молекулу рассматривать как материальную точку, то для описания её положения в пространстве достаточно трёх независимых координат. ***Число независимых координат тела называется* числом его степеней свободы**. Следовательно, одноатомная молекула имеет три степени свободы. Двухатомная молекула с жёсткой связью между атомами имеет пять степеней свободы. Три из них определяют поступательное движение молекулы, две - вращательное. Если в молекуле три (и более) атома, связанных жёсткой связью, то число степеней свободы равно 6.

Закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы: ***на каждую степень свободы системы, находящейся в тепловом равновесии, приходится в среднем энергия, равная*** $\frac{1}{2}kT$**.** Таким образом, средняя энергия любой молекулы

$$\overline{E} = \frac{i}{2}kT, \tag{3.5}$$

где i - число степеней свободы.

Основные законы и формулы

Таблица №8

Молекулярная физика	
Число молей вещества	$v = \frac{m}{\mu}$
УравнениеМенделеева-Клапейрона	$pV = \frac{m}{\mu}RT$
Закон Дальтона	$P_{смеси} = p_1 + p_2 + p_3 \ldots + p_n$
Уравнение Менделеева – Клапейрона для смеси компонентов газа	$P_{смеси}V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \ldots + \frac{m_n}{M_n}\right)RT$
Масса одной молекулы газа	$m_0 = \frac{\mu}{N_A}$
Число молекул в некоторой массе m газа	$N = \frac{mN_A}{\mu}$

Средняя кинетическая энергия теплового движения молекулы газа	$\langle w_k \rangle = \frac{i}{2} kT$
Основное уравнение молекулярно-кинетической теории	$p = \frac{2}{3} n_0 \langle w_k \rangle$
Средняя квадратичная скорость молекулы	$v_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

Примеры решения задач

Задача№13

В закрытом сосуде вместимостью $V = 20$ л находятся водород $m_1 = 6$ г и гелий массой $m_2 = 12$ г.

Определите: 1) давление p смеси газов; 2) молярную массу газовой смеси **μ** в сосуде, если температура смеси $T = 300$ К.

Дано:

$V = 20 \text{ л} = 2 \times 10^{-2} \text{ м}^3$
$m_1 = 6 \text{ г} = 6 \times 10^{-3} \text{ кг}$
$\mu_1 = 2 \times 10^{-3} \text{кг/моль}$
$m_2 = 12 \text{ г} = 12 \times 10^{-3} \text{ кг}$
$\mu_2 = 4 \times 10^{-3} \text{кг/моль}$
$T = 300 \text{ К}$
$R = 8{,}31 \text{ Дж/(К} \times \text{моль)}$

$p - ?$ $\mu - ?$

Решение

По закону Дальтона давление газовой смеси: $p = p_1 + p_2$ (1).
Из уравнения Менделеева- Клапейрона находим парциальные давления водорода и гелия соответственно:
$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1}\frac{RT}{V}$;$p_2 = \frac{m_1}{\mu_1}\frac{RT}{V}$.
Подставив p_1 и p_2 в уравнение (1),после преобразования получим:
$p = \frac{R \times T}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_1}{\mu_1}\right)$.

Ответ: $p = 0{,}75$ МПа; $\mu = 3 \times 10^{-3} \text{кг/моль}$.

Задачи для контрольных заданий

46. В сосуде объемом *2 л* находится *10 г* кислорода при давлении *90,6 кПа*. Найти среднюю квадратичную скорость молекул, плотность газа.

47. Плотность некоторого газа *0,06 кг/м*^{3} , средняя квадратичная скорость его молекул *500 м/с*. Найти давление, которое оказывает газ на стенки сосуда.

48. Определить удельные теплоемкости c_V и c_p смеси углекислого газа массой *3 г* и азота массой *4 г.*

80. В баллоне вместимостью *20 л* содержится смесь водорода и азота при температуре *290 К* и давлении *1 МПа*. Определить массу водорода, если масса смеси равна *150 г*.

49. В баллоне объемом *5 л* находится смесь кислорода и водорода под давлением $5 \cdot 10\ Па$ при температуре 27^0C. Масса кислорода втрое больше массы водорода. Найти массу водорода.

50. Найти плотность смеси кислорода и углекислого газа. Масса кислорода *50 г*, масса углекислого газа *80 г*. Смесь газов находится под давлением $5{,}065 \cdot 10^5\ Па$ при температуре 7^0C.

51. В сосуде объемом *5 л* находится смесь газов, состоящая из гелия массой *1 г*, азота массой *4 г* и водорода массой *2 г*. Найти давление смеси этих газов. Температура в баллоне 27^0C.

52. Чему равна плотность смеси газов, состоящая из кислорода массой *5 г*, азота массой *4 г* и гелия массой *10 г*, при нормальных условиях?

53. В сосуде находятся *14 г* азота и *9 г* водорода при температуре 10^0C и давлении *1 МПа*. Найти молярную массу смеси и объем сосуда.

54. В сосуде объемом *2 л* находится *6 г* углекислого газа (CO_2) и *6 г* закиси азота (N_2O) при температуре 127^0C. Найти давление смеси в сосуде.

55. Масса *12 г* азота занимает объем *4 л* при температуре 7^0C. После нагревания газа при постоянном давлении его плотности стала $0{,}6\ кг/м^3$. До какой температуры нагрели газ?

56. В сосуде находится *10 г* углекислого газа и *15 г* азота. Найти плотность при температуре 27^0C и давлении *150 кПа*, молекулярную массу смеси.

57. В сосуде 1 объемом *3 л* находится газ под давлением *0,2 МПа*. В сосуде 2 объемом *4 л* находится тот же газ под давлением *0,1 МПа*. Температуры газа в обоих сосудах одинаковы. Под каким давлением будет находиться газ, если соединить сосуды 1 и 2 трубкой?

58. Определить среднюю квадратичную скорость молекул идеального газа, плотность которого при давлении *35 кПа* составляет *0,3 кг/м*^{3}.
59. Средняя квадратичная скорость некоторого газа при нормальных условиях равна *480 м/с*. Сколько молекул содержит *1 г* этого газа?
60. Определить среднюю квадратичную скорость молекул азота при 27^0C.
61. Давление газа *100 кПа*, а средняя квадратичная скорость его молекул *400 м/с*. Найти плотность газа.
62. Найти число молекул газа N, средняя квадратичная скорость которых при температуре 27^0C составляет *500 м/с*, если масса газа *10 г*.
63. В результате нагревания давление газа увеличилось вдвое, а его плотность – в полтора раза. Во сколько раз увеличилась при этом средняя квадратичная скорость молекул газа?
64. Найти концентрацию молекул водорода при давлении *0,2 МПа*, если их средняя квадратичная скорость *500 м/с*.
65. Найти концентрацию и плотность газа, оказывающего давление *200 кПа* при средней квадратичной скорости молекул *300 м/с*. Молярная масса газа *0,029 кг/моль*.

3.2. Внутренняя энергия идеального газа. Теплота и работа. Первое начало термодинамики

Внутренняя энергия системы - энергия, зависящая только от её внутреннего состояния; она складывается из кинетической энергии хаотического движения атомов или молекул, потенциальной энергии межмолекулярных взаимодействий и энергии внутриатомных движений и взаимодействий. Поскольку в модели идеального газа потенциальная энергиямежмолекулярных взаимодействий полагается равной нулю, то ***внутренняя энергия идеального газа определяется кинетической энергией теплового движения его молекул:***

$$U=NE,$$

где N - число молекул, $\overline{E}$ - средняя энергия одной молекулы.

Учитывая, что $N = \frac{m}{M} N_A$ и $E = \frac{i}{2} kT$, получим выражение для внутренней энергии идеального газа:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} N_A kT = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT \quad , \qquad (3.6)$$

и для её изменения

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RdT \quad . \qquad (3.7)$$

Таким образом, внутренняя энергия зависит от состояния системы (от её абсолютной температуры), изменяется при изменении состоянии системы и не зависит от того пути, по которому система пришла в это состояние. Поэтому внутреннюю энергию называют ***функцией состояния***.

Внутренняя энергия системы (её микроскопические параметры) может быть изменена только в результате взаимодействия системы с внешней средой. Такое взаимодей- ствие может происходить двумя способами: путём теплообмена и путём совершения механической работы.

Теплообмен - самопроизвольный необратимый процесс передачи энергии, происходящий в неоднородном температурном поле.

Мерой энергии, передаваемой системе при теплообмене, служит ***количество теплоты Q***. Элементарное приращение количества теплоты $đQ > 0$, если оно передаётся системе, и $đQ < 0$, если система отдаёт энергию. Отношение элементарного количества теплоты $đQ$, сообщаемого системе при бесконечно малом изменении её состояния в каком-либо процессе, к соответствующему изменению dT её абсолютной температуры, называется ***теплоёмкостью системы***:

$$C = \frac{dQ}{dT} \qquad\qquad [C] = \frac{Дж}{К}$$

Таким образом, ***теплоёмкость*** системы численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить системе для её нагревания на 1 *К*. ***Удельная теплоёмкость*** - физическая величина, равная количеству теплоты, которое необходимо сообщить 1 *кг* вещества для нагревания на 1 *К*:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT}$$

Молярная теплоёмкость - теплоёмкость одного моля вещества.

Следует различать теплоёмкости c_p, C_p и c_V, C_V. Первые характеризуют теплообмен при постоянном давлении, а вторые - при постоянном объёме.

Так как количество теплоты Q не является параметром состояния термодинамической системы, то малое изменение количества теплоты является не полным дифференциалом, поэтому его обозначают δQ (сравните: внутренняя энергия системы - функция состояния; малое изменение внутренней энергии - полный дифференциал dU).

Состояние системы можно изменить и другим способом: ***совершая над системой работу*** или ***давая ей возможность самой совершать работу***, то есть путём изменения макроскопических параметров системы.

Элементарное приращение работы δA - не полный дифференциал, так как работа зависит не только от начального и конечного состояния системы, но и от формы пути, по которому система переходит из одного состояния в другое, а значит *A* не является функцией состояния. Если газ расширяется, то $dV>0$ и, совершаемая им работа $\delta A > 0$, если сжимается - газ совершает отрицательную работу, $\delta A < 0$.

При расширении (сжатии) газа может изменяться не только объём, но и его давление. Поэтому, чтобы найти работу при конечном изменении объёма, нужно знать зависимость *p(V)*. Тогда работа определяется интегралом

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV \qquad (3.8).$$

Закон сохранения энергии в области тепловых явлений называется **первым началом термодинамики**: ***теплота, сообщаемая системе, затрачивается на увеличение внутренней энергии системы и на работу, которую система совершает над внешней средой***

$$\boldsymbol{\delta Q = dU + \delta A} \quad (3.9).$$

.

3.3. Изопроцессы. Применение первого начала термодинамики к различным изопроцессам. Адиабатный процесс

Изохорный процесс ($V = const$; $dV = 0$). Так как $dV = 0$, то работа при изохорном процессе $\delta A = 0$. Из первого закона термодинамики следует, что

$$\delta Q = dU, \qquad (3.10)$$

то есть при изохорном процессе поступающая извне теплота δQ идёт только на приращение внутренней энергии dU системы. Учитывая, что $\delta Q = \nu C_V dT$, получаем

$$dU = \nu \cdot C_V dT \qquad (3.11),$$

где C_V – молярная теплоёмкость при постоянном объеме.

Изобарный процесс ($P = const$, $dP = 0$). Передаваемое газу количество теплоты идёт на изменение его внутренней энергии и на совершение им работы при постоянном давлении:

$$\delta Q = dU + \delta A. \qquad (3.12)$$

Пользуясь уравнением состояния, получим

$$\delta A = pdV = \nu RdT$$

Тогда, учитывая соотношение (3.11) и что $\delta Q = \nu C_P dT$, перепишем уравнение (2.12) в виде:

$$\nu C_P dT = \nu C_V dT + \nu RdT,$$

откуда

$$C_P = C_V + R, \qquad (3.13)$$

Это выражение называют ***уравнением Майера***. Из уравнения (2.13) следует, что $C_p > C_v$.

При одном и том же δQ, изменение температуры dT при изобарном процессе меньше, чем при изохорном, и, следовательно, теплоемкость больше.

Изотермический процесс ($T = const$, $dT = 0$).

Так как $dT = 0$, то внутренняя энергия системы при изотермическом процессе не изменяется, и вся поступающая извне теплота идёт на совершение системой работы:

$$Q = A = \int_{V1}^{V2} pdV \quad (3.14)$$

Учитывая, что согласно уравнению состояния идеального газа, $P = \frac{1}{V}\nu RT$,

получим $$A = \nu \cdot RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = \nu \cdot RT\ln\frac{V_2}{V_1} \quad (3.15)$$

Адиабатный процесс - процесс без теплообмена с окружающей средой ($\delta Q = 0$). При $\delta Q = 0$ из (3.29) следует $\delta A = -dU$, то есть $$PdV = -\nu C_V dT. \quad (3.16)$$

Это означает, что ***система совершает работу за счёт убыли своей внутренней энергии***. При $\delta A > 0$ (газ расширяется) $dT < 0$ (он охлаждается). При δA < 0 (газ сжимается) $dT > 0$ (он нагревается).

Основны законы и формулы

Таблица №9

Термодинамика	
Внутренняя энергия идеального газа	$U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT$
Изменение внутренней энергии идеального газа	$dU = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RdT$
Количество теплоты, необходимое для нагревания тела массой m	$Q = cm(T_2 - T_1)$
Удельная теплоемкость	$c_{\text{уд.}} = \frac{Q}{m\,\Delta T}$
Молярная теплоемкость	$C_{\text{моль.}} = \frac{Q}{\nu\Delta T}$
Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме (изохорная)	$C_V = \frac{i}{2}R$

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении (изобарная)	$C_p = \frac{i+2}{2}R$
Удельная теплоемкость газа при постоянном объеме	$c_{уд.V} = \frac{i}{2}\frac{R}{M}$
Удельная теплоемкость газа при постоянном давлении	$c_{уд.P} = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}$
Формула Майера	$C_p = C_V + R$
Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона)	$pV^{\gamma} = const$
Коэффициент Пуассона	$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$
Первый закон термодинамики	$\delta Q = dU + \delta A$
Работа газа при изотермическом расширении	$A = Q = \frac{m}{\mu}RT\,ln\frac{V_2}{V_1}$
Работа газа при изобарном расширении	$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1)$
Работа газа при адиабатном расширении	$A = mC_V(T_1 - T_2)$
Термический КПД тепловой машины	$n = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$
Термический КПД идеальной тепловой машины (цикла Карно)	$\eta_k = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Примеры решения задач

Задача №14

Определите количество теплоты, сообщенное кислороду объемом *V=20 л*, если в процессе изохорного нагревания его давление изменилось на *Δp=100 кПа*.

Дано	*Решение*
$V=20\ л=2\times10^{-2}$ м^3 $\Delta p=100\ кПа=10^5$ Па $i=5$	На основании первого закона термодинамики количество теплоты сообщенное идеальному газу: $Q=\Delta U+A$
$Q-?$	Для изохорного процесса $\Delta V=0$, следовательно: $A=p\Delta V=0$ и первый закон термодинамики имеет вид: $Q=\Delta U$ (1).

Изменение внутренней энергии идеального газа связано только с изменением его температуры: $\Delta U=\frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\Delta T$ (2).

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона для изохорного процесса, можно записать:

$$\Delta pV=\frac{m}{\mu}R\Delta T \qquad (3).$$

Решая совместно уравнения (1-3), получим: $Q=\frac{i}{2}V\Delta p$.

Ответ: $Q=5$ кДж.

Задачи для контрольных заданий

66. Кислород массой *32 г* находится в закрытом сосуде под давлением *0,1 МПа* при температуре *290 К*. После нагревания давление в сосуде повысилось в 4 раза. Определить количество теплоты, сообщенное газу.

67. Двухатомный идеальный газ ($\nu=2\ моль$) нагревают при постоянном объеме до температуры *289 К*. Определить количество теплоты, которое необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его давление в *3* раза.

68. При изобарном нагревании некоторого идеального газа ($\nu=2\ моль$) на *90 К* ему было сообщено количество теплоты *2,1 кДж*. Определить работу, совершаемую газом, изменение внутренней энергии газа.

69. Кислород объемом *1 л* находится под давлением *1 МПа*. Определить, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его объем вдвое в результате изобарного процесса?

70. Двухатомному газу сообщено количество теплоты *2,093 кДж*. Газ расширяется при $p=const$. Найти работу расширения газа.

71. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа *156,8 Дж*. Какое количество теплоты было сообщено газу?

72. Масса *6,5 г* водорода, находящегося при температуре 27^0C, расширяется вдвое при $p = const$ за счет притока тепла извне. Найти работу расширения газа, изменение внутренней энергии газа и количество теплоты, сообщенное газу.

73. Найти внутреннюю энергию *20 г* кислорода при температуре 10^0C. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул и какая часть на долю вращательного движения?

74. Найти внутреннюю энергию двухатомного газа, находящегося в сосуде объемом *2 л* под давлением *150 кПа*.

75. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу *2,94 кДж* и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты *13,4 кДж*. Найти КПД цикла.

76. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу *73,5 кДж*. Температура нагревателя 100^0C, температура холодильника 0^0C. Найти КПД цикла, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя.

77. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% количества теплоты, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Машина получает от нагревателя количество теплоты *6,28 кДж*. Найти КПД цикла и работу A, совершаемую за один цикл.

78. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в n раз выше абсолютной температуры холодильника. Какую долю теплоты, получаемой за один цикл от нагревателя, газ отдает холодильнику?

79. Температура нагревателя идеальной тепловой машины 117^0C, а холодильника 28^0C. Количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя, равно *60 кДж*. Найти количество теплоты, отдаваемое холодильнику.

80. В процессе работы тепловой машины за некоторое время рабочим телом было получено от нагревателя количество теплоты $1{,}5 \cdot 10^6$ *Дж*, передано холодильнику $1{,}2 \cdot 10^6$ *Дж*. Вычислить

КПД машины и сравнить его с максимально возможным КПД, если температура нагревателя и холодильника соответственно равны 250^0C и 30^0C.

81. Идеальный газ совершает цикл Карно при температурах нагревателя *400 К* и холодильника *290 К*. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия цикла, если температура нагревателя увеличится до *600 К*?

82. Газ, являясь рабочим телом в цикле Карно, получил от нагревателя количество теплоты *4,38 кДж* и совершил работу *2,4 кДж*. Определите температуру холодильника, если температура нагревателя *430 К*.

83. Газ, совершающий цикл Карно, отдал холодильнику *14 кДж*. Определить температуру нагревателя, если при температуре холодильника *280 К* работа цикла *6 кДж*.

4. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электростатика изучает свойства и взаимодействие обладающих электрическим зарядом тел и частиц.

4.1. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона

В природе существуют два типа электрических зарядов: ***положительные*** **и** ***отрицательные***. Электрический заряд любого тела дискретен, т.е. кратен ***элементарному электрическому заряду*** *е* ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл$). Электрон и протон являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Электронейтральность тел и систем объясняется равным количеством положительно и отрицательно заряженных частиц в них. Отрицательный заряд у тел объясняется избыточным количеством электронов в них по сравнению с числом протонов, а положительный – их недостатком.

Все изменения в макро- и микромире происходят с соблюдением **закона сохранения электрического заряда**, согласно которому ***в изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остается неизменной***

$$q_1 + q_2 + ... + q_n = const. \qquad (4.1)$$

Наличие у тела электрического заряда проявляется во взаимодействии его с другими заряженными телами. Разноименные заряды **притягиваются**, одноименные – **отталкиваются.** Основным законом электростатики является **закон Кулона**, который определяет силу взаимодействия точечных зарядов.

Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.

Закон Кулона***: сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов в вакууме (воздухе) прямо пропорциональна произведению модулей зарядов*** q_1 ***и*** q_2 ***и обратно пропорциональна квадрату расстояния*** r ***между ними***

$$F = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \qquad (4.2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, величина которого зависит от выбора системы единиц;

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \, Нм^2/Кл^2$, здесь $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \, Ф/м$ – ***электрическая постоянная.***

В векторной форме закон Кулона имеет вид

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \cdot \vec{r} \qquad (4.3)$$

где $\vec{r}$ - вектор, проведенный от одного заряда к другому и имеющий направление к тому из зарядов, к которому приложена сила (рис.4.1).

Силы кулоновского взаимодействия являются ***центральными,*** т.е. направлены вдоль прямой, соединяющей заряды.

4.2. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции полей

Взаимодействие зарядов осуществляется посредством ***электрического поля*** – одного из видов материи. Оно существует вокруг заряженных тел и действует на заряды, помещенные в поле, с некоторой силой. Поле, создаваемое неподвижными зарядами и не изменяющееся со временем, называется ***электростатическим***.

Силовой характеристикой электрического поля является **напряженность** $\vec{E}$ ***– это векторная физическая величина, численно равная силе, с которой поле действует на единичный положительный пробный заряд*** q_0***, помещенный в данную точку поля, и направленная в сторону действия силы*** ($[E] = \frac{В}{м} = \frac{Н}{Кл}$):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \qquad (4.4)$$

Словами “***пробный заряд***” подчеркивается то обстоятельство, что он не участвует в создании исследуемого поля и не искажает его, т.е. что он достаточно мал и не вызывает перераспределения зарядов, создающих поле.

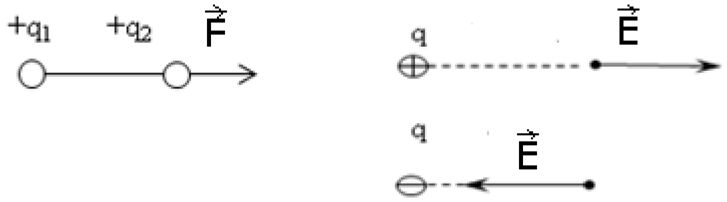


Рис. 4.1

Если поле создано положительным зарядом, то вектор $\vec{E}$ направлен вдоль радиуса-вектора от заряда; если поле создано отрицательным зарядом, то вектор $\vec{E}$ направлен к заряду (рис. 4.1).

Для поля точечного заряда q сила $\vec{F}$, действующая на пробный заряд q_0 со стороны поля, будет равна

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^3} \cdot \vec{r}$$

Тогда в соответствии с формулой (4.6) ***напряженность поля точечного заряда***

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \vec{r}\ , \tag{4.5}$$

а модуль этого вектора будет равен

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}\ , \tag{4.6}$$

где r – расстояние до заряда, создающего поле.

Из определения напряженности следует, что сила, действующая на всякий точечный заряд q, в точке поля с напряженностью $\vec{E}$ будет равна

$$\vec{F} = q\vec{E}\ . \tag{4.7}$$

Если $q > 0$, то $\vec{F}$ и $\vec{E}$ сонаправлены, если $q < 0$, то направление векторов $\vec{F}$ и $\vec{E}$ противоположны.

Если поле создано системой точечных зарядов $q_{1,} q_2 \ldots q_n$, то из принципа независимости действия сил следует, что результирующая сила $\vec{F}$,действующая со стороны исследуемого поля на пробный заряд q_0, равна векторной сумме сил $\vec{F_i}$, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов $q_{1,}$:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \tag{4.8}$$

Учитывая, что $\vec{F} = q_0\vec{E}$, $\vec{F_i} = q_0\vec{E_i}$, где $\vec{E}$ – напряженность результирующего поля, $\vec{E_i}$ – напряженность поля, создаваемого одним зарядом q_i, и подставляя эти выражения в (4.10), получим **принцип суперпозиции электростатических полей**

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \ , \tag{4.9}$$

напряжённость E результирующего электрического поля, создаваемого системой зарядов, равна векторной сумме напряжённостей полей, создаваемых в данной точке каждым из этих зарядов в отдельности.

Принцип суперпозиции можно использовать для расчета любых электрических полей.

4.3. Линии напряжённости

Для графического изображения электрических полей применяют ***силовые линии*** (***линии напряжённости***).

Линии напряжённости – ***это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора*** $\vec{E}$ (рис. 4.2).

Рис.4.2

Силовые линии электрического поля не замкнуты, они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных, они непрерывны и не пересекаются.

Густота линий напряжённости выбирается так, чтобы количество линий, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную силовым линиям, было равно числовому значению вектора $\vec{E}$.

4.4. Потенциал

Работа сил электростатического поля не зависит от пути перемещения электрического заряда, а зависит лишь от начального и конечного положения этого заряда (r_1 и r_2). Следовательно, силы, действующие на заряд q_0 в поле неподвижного заряда q, являются ***консервативными.***

Энергетической характеристикой поля является <u>потенциал φ</u> ***– это физическая величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля***

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0}. \tag{4.10}$$

Потенциала поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}. \tag{4.11}$$

Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, ***равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности:***

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i , \tag{4.12}$$

или

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i}. \tag{4.13}$$

Из соотношения (4.10) вытекает, что заряд q_0, находящийся в точке поля с потенциалом φ, обладает потенциальной энергией

$$W_p = q_0 \cdot \varphi . \tag{4.14}$$

Следовательно, работа сил поля над зарядом q_0 может быть выражена через разность потенциалов

$$A_{12} = W_{p_1} - W_{p_2} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) . \tag{4.15}$$

Таким образом, **работа, совершаемая над зарядом силами поля,** ***равна произведению величины заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках.***

Если заряд q_0 из точки с потенциалом φ удаляется на бесконечность (где потенциал равен нулю), то работа сил поля будет равна

$$A_\infty = q_0 \cdot \varphi . \qquad (4.16)$$

Отсюда следует, что **потенциал численно равен работе*, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки поля в бесконечность***

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0} . \qquad (4.17)$$

4.5. Эквипотенциальные поверхности. Связь между напряженностью и потенциалом

Для графического изображения электростатических полей наряду с силовыми линиями используют эквипотенциальные поверхности. **Эквипотенциальная поверхность – *это поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал***. Линии напряженности всегда *перпендикулярны* к эквипотенциальным поверхностям.

Эквипотенциальные поверхности условились проводить с такой густотой, чтобы потенциалы двух смежных эквипотенциальных поверхностей отличались на единицу потенциала, тогда по густоте эквипотенциальных поверхностей можно судить о величине напряжённости электростатического поля. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше. Зная расположение линий напряженности можно построить эквипотенциальные поверхности и, наоборот, по известному расположению эквипотенциальных поверхностей можно определить в каждой точке поля величину и направление напряженности поля.

Величина, характеризующая быстроту изменения потенциала в пространстве, носит название градиента потенциала ($grad\varphi$).

Градиент потенциала *есть вектор, направленный по нормали к эквипотенциальной поверхности от меньшего значения потенциала к большему.* Тогда

$$\vec{E} = -(grad\varphi) = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) \qquad (4.18)$$

Знак минус в формуле (4.18) показывает, что вектор напряженности электрического поля направлен в сторону убывания потенциала.

4.6. Проводники в электрическом поле

Проводники – это материалы, в которых присутствуют свободные электрические заряды, способные перемещаться под действием сил поля. Поэтому равновесие зарядов в проводнике может наблюдаться лишь при выполнении следующих условий:

1. Напряженность поля всюду внутри проводника должна быть равна нулю ($E=0$).
2. На поверхности проводника напряженность поля в каждой точке должна быть направлена по нормали к поверхности ($E = E_n$).

Из этих условий следует, что проводник представляет собой эквипотенциальную область, т. е. в объёме и на поверхности проводника $\varphi = const$. Если проводящему телу сообщить некоторый заряд q, то он распределится так, чтобы соблюдались условия равновесия. Выполнение этих условий приводит к тому, что все заряды распределяются по поверхности проводника с некоторой плотностью σ.

Плотность зарядов на поверхности проводника зависит от величины и направления кривизны поверхности – она растёт с увеличением положительной кривизны (выпуклости) и убывает с ростом отрицательной кривизны (вогнутости).

Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности: они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных. На этом основывается ***электростатическая защита***.

4.7. Диэлектрики в электрическом поле

Диэлектрики - вещества, в которых при не слишком высоких температурах и в отсутствие сильных электрических полей нет свободных зарядов, способных проводить электрический ток.

Молекулы диэлектрика электрически нейтральны, но в зависимости от положения центров положительных зарядов ядер и отрицательных зарядов всех электронов различают полярные и неполярные молекулы.

К ***полярным*** относятся ***несимметричные молекулы*** (*CO, NH, HCl* и др.) у которых центры тяжести зарядов разных знаков сдвинуты друг относительно друга (рис.4. 3). Они обладают собственным ***дипольным моментом***

$$\vec{p} = q\vec{l}\ , \tag{4.19}$$

где l – плечо диполя.

К *неполярным молекулам* относятся ***симметричные молекулы*** (H_2, N_2, O_2 и т.д.), у которых в отсутствие внешнего электрического поля центры положительных и отрицательных зарядов совпадают. Такие молекулы не обладают собственным дипольным моментом.

При внесении неполярной молекулы во внешнее электрическое поле в ней ***индуцируется* (*наводится*) дипольный момент.** Величина дипольного момента пропорциональна напряженности внешнего поля *E,* а направление вектора $\vec{p}$ совпадает с направлением вектора $\vec{E}$

Действие внешнего поля на полярную молекулу сводится к повороту диполя $\vec{p}$ в направлении поля.

В отсутствие внешнего электрического поля суммарный дипольный момент как полярных, так и неполярных диэлектриков равен нулю. При внесении диэлектрика во внешнее электростатическое поле происходит его поляризация, приводящая к возникновению некоторого суммарного электрического момента молекул. Существует **три типа поляризации***:* ***ориентационная, электронная и ионная***.

Ориентационная поляризация характерна для диэлектриков с полярными молекулами. Под действием поля жесткие диполи стремятся повернуться таким образом, чтобы дипольные моменты совпадали с направлением вектора напряженности поля $\vec{E}$. Этому препятствует тепловое движение молекул, поэтому степень преимущественной ориентации их дипольных моментов уменьшается с повышением температуры.

Электронная поляризация наблюдается в диэлектриках с неполярными молекулами. В электрическом поле неполярные молекулы приобретают индуцированные дипольные моменты, направленные вдоль поля. Данный вид поляризации не зависит от теплового движения молекул, а, следовательно, и от температуры.

Ионная поляризация имеет место в кристаллических диэлектриках с ионными решетками типа *NaCl*. Под действием поля положительные ионы смещаются вдоль поля, а отрицательные – против поля. Это приводит к возникновению электрического момента у диэлектрика.

Рассмотренные типы поляризации могут сочетаться друг с другом.

4.8. Электроемкость уединенного проводника. Конденсаторы

При сообщении проводнику электрического заряда потенциал поля возрастает не только возле проводника, но и на его поверхности прямо пропорционально величине заряда. Коэффициент пропорциональности **называется электрической емкостью проводника**

$$C = \frac{q}{\varphi}. \tag{4.20}$$

Электроемкость проводника численно равна величине заряда, который нужно сообщить данному проводнику для увеличения его потенциала на единицу.

В СИ за единицу электроемкости принимают ёмкость **1 фарада** – ***это емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.***

Электроемкость уединенного проводника зависит от его формы и размеров, а также от диэлектрической проницаемости окружающей среды. Емкость не зависит ни от заряда проводника, ни от его потенциала, так как с увеличением q во столько же раз увеличивается φ.

Емкость проводника, имеющего форму шара радиуса R, погруженного в однородный диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью ε, равна

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R. \tag{4.21}$$

Конденсатор – система, состоящая из двух проводников (обкладок) с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

Ёмкость конденсатора численно равна заряду, который нужно перенести с одного проводника на другой для изменения разности потенциалов между ними на единицу

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \qquad (4.22)$$

Емкость зависит от формы, размеров и взаимного расположения проводников, а также от диэлектрической проницаемости среды.

В зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на плоские, сферические, цилиндрические.

Плоский конденсатор состоит из двух проводящих плоских пластин площадью S каждая, пространство между которыми заполнено диэлектриком с проницаемостью ε. Если линейные размеры пластин велики по сравнению с расстоянием d между ними, то электростатическое поле между пластинами можно считать однородным. Емкость плоского конденсатора рассчитывается по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \qquad (4.23)$$

Для получения нужной емкости конденсаторы соединяют параллельно или последовательно в батареи. При параллельном соединении

$$C = C_1 + C_2 \dots + C_n \qquad (4.24).$$

При последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \dots + \frac{1}{C_n} \qquad (4.25)$$

Основные законы и формулы

Таблица №10

Электростатика	
Закон Кулона	$F_k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$

Напряженность электростатического поля	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$
Напряженность поля точечного заряда	$E_k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2}$
Принцип суперпозиции напряженностей электрических полей	$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i}$
Электрический момент диполя	$\vec{p_c} = q\vec{l}$
Напряженность поля созданного бесконечной равномерно заряженной плоскости	$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$
Поверхностная плоскость заряда	$\sigma = \frac{q}{S}$
Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименными заряженными плоскостями	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$
Линейная плотность заряда	$\tau = \frac{q}{l}$
Потенциал поля точечного заряда	$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r}$
Связь между напряженностью и потенциалом неоднородного и однородного полей	$E = -\frac{d\varphi}{dr}$ $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r}$
Электроемкость уединенного проводника	$C = \frac{q}{\varphi}$
Электроемкость сферы	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$
Электроемкость плоского конденсатора	$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$

Электроёмкость последовательно соединенных конденсаторов	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \dots + \frac{1}{C_n}$
Электроемкость параллельно соединенных конденсаторов	$C = C_1 + C_2 \dots + C_n$
Энергия заряженного конденсатора	$W_E = \frac{1}{2} C U^2$
Объёмная плотность энергии электрического поля	$\omega_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2$

Примеры решения задач

Задача №15

Электростатическое поле создастся положительно заряженной с постоянной поверхностной плотностью $\sigma = 10$ нКл/м^2 бесконечной плоскостью.

Какую работу надо совершить для того, чтобы перенести электрон вдоль линии напряженности с расстояния r_1 =2 см до r_2 =1 см?

Дано:

σ=*10 нКл/м*^{2} $= 10^{-8}$ *Кл//м*^{2}

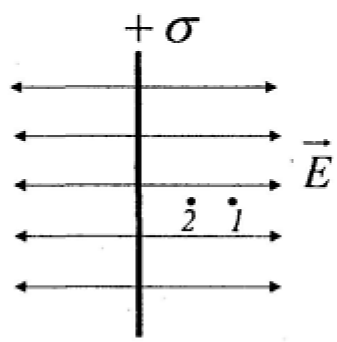
r_1 =*2 см*=*2*$\times 10^{-2}$ *м*

r_2 =*1 см*=10^{-2} *м*

$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ Кл

A - ?

Решение



Работа по перемещению электрона из точки 1 в точку 2: $A = F\Delta r = F(r_2 - r_1)$ (1). Электростатическое поле, создаваемое бесконечной плоскостью, является однородным. Напряженность электростатического поля: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ (2). Поэтому сила, действующая на электрон со стороны электростатического поля, создаваемого положительно заряженной бесконечной плоскостью:

$F = -eE$ (3). Решая совместно уравнения (1-3), получим расчетную формулу: $A = \frac{e\sigma(r_1 - r_2)}{2\varepsilon_0}$.

Ответ: $A = 9 \cdot 10^{-19}$ Дж.

<u>Задача №16</u>

Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью $\tau = 1$ нКл/см.

Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием кулоновских сил вдоль линии напряженности с расстояния $r_1 = 1{,}5$ см до $r_2 = 1$ см?

Дано:

$\tau = 1$ нКл/см $= 10^{-7}$ Кл/м

$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ Кл

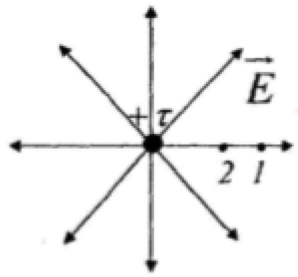
$m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ кг

$r_1 = 1{,}5$ см$=1{,}5\times10^{-2}$ м

$r_2 =1$ см$=10^{-2}$ м

$\upsilon - ?$

Решение:



Электростатическое поле, создаваемое бесконечно длинной заряженной нитью неоднородно и кулоновская сила является переменной величиной. Поэтому работу по перемещению электрона следует искать по формуле: $A = \int_{r_1}^{r_2} F dr$ (1). Напряженность электростатического поля, создаваемого бесконечно длинной заряженной нитью: $E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (2).

Кулоновская сила: $F = -$eE (3). Подставив уравнение (2) в уравнение (3), получим: $F = \frac{-e\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (4). Подставив уравнение (4) в уравнение (1), после интегрирования получим:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr = -\frac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{e\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_1}{r_2} \quad (5).$$

Работа кулоновских сил затрачивается на сообщение кинетической энергии электрону: $A = E_k = \frac{mv^2}{2}$ (6), так как начальная скорость в точке I равна нулю. Из уравнения (6) найдем скорость электрона в точке $2v = \sqrt{\frac{2A}{m}}$ (7). Подставив в уравнение (7) уравнение (5), получим расчетную формулу:

$$v = \sqrt{\frac{e\tau}{\pi\varepsilon_0 m} ln\frac{r_1}{r_2}}.$$

Ответ: $v = 16$ Мм/с.

5. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

5.1. Сила и плотность тока. Сторонние силы, ЭДС и напряжение

Электрическим током называют упорядоченное движение электрических зарядов. Направленное движение электрических зарядов под действием сил электрического поля называют ***током проводимости***. Для появления и существования тока проводимости необходимы два условия:

1. Наличие в данной среде электрических зарядов. В металлах ими являются электроны проводимости; в жидких проводниках (электролитах) – положительные и отрицательные ионы; в газах – положительные ионы и электроны.

2. Наличие электрического поля, энергия которого затрачивалась бы на перемещение электрических зарядов.

За направление электрического тока условно принимают **направление движения положительных зарядов**. Количественной характеристикой электрического тока является ***сила тока*** – заряд, протекающий через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt} \quad . \tag{5.1}$$

Силу тока можно связать со средней скоростью υ упорядоченного движения зарядов. За время dt через поперечное сечение проводника площадью dS протечет заряд dq, заключенный в объеме проводника длиной $dl = \upsilon \cdot dt$,

$$dq = q_0 \cdot n \cdot dS \cdot dl,$$

где q_0 – заряд каждой частицы, n – концентрация частиц.

Тогда сила тока

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{q_0 n dS dl}{dt} = q_0 n dS \upsilon \,. \tag{5.2}$$

Плотность тока j – векторная физическая величина, численно равная силе тока, проходящего через единицу площади сечения проводника, проведенного перпендикулярно к направлению тока, и совпадающая с направлением тока

$$j = \frac{dI}{dS} = q_0 n \upsilon \ . \qquad (5.3)$$

Для того, чтобы ток был длительным, необходимо устройство, в котором какой-либо вид энергии непрерывно преобразовывался бы в энергию электрического поля. Такое устройство называется ***источником тока***. В источнике тока перемещение носителей происходит против сил поля, а это возможно лишь благодаря силам неэлектростатического происхождения, называемых **сторонними силами.**

Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда, называется **электродвижущей силой (ЭДС)** ε, действующей в цепи или на ее участке

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q} \quad (5.4).$$

4.2 Обобщённый закон Ома. Дифференциальная форма закона Ома

Согласно **закону Ома** для однородного (не содержащего сторонних сил) участка цепи, ***сила тока прямо пропорциональна приложенному напряжению U и обратно пропорциональна сопротивлению проводника R***

$$I = \frac{U}{R} \ . \qquad (5.5)$$

Единицей сопротивления является Ом ([**R**] = 1 Ом). Ом – ***сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1В течет ток 1А.***

Сопротивление зависит от свойств проводника, формы и его геометрических размеров. Для однородного цилиндрического проводника

$$R = \rho \frac{l}{S} \ , \qquad (5.6)$$

где l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения,

ρ - **удельное сопротивление** -***сопротивление проводника длиной 1м и площадью поперечного сечения 1м²,*** зависит от природы проводника и температуры ([ρ] = *Ом·м*).

Величина, обратная удельному сопротивлению, называется ***удельной электропроводностью***: $\sigma = 1/\rho$.

Для ***неоднородного участка цепи***, т.е. участка, содержащего ЭДС

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon}{R} \quad (5.7).$$

Данное выражение получило название ***обобщённого закона Ома в интегральной форме.***

Закон Ома для однородного участка цепи в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma\vec{E} . \qquad (5.8)$$

5.3. Работа тока. Закон Джоуля-Ленца

Работу сил электрического поля по перемещению заряженных частиц, т.е. созданию электрического тока, называют ***работой тока.*** Работа электрического поля по перемещению заряда

$$dA = dq \cdot U.$$

Если за время dt через поперечное сечение проводника сопротивлением R проходит заряд dq, то с учетом (5.1) и закона Ома (4.5) выражение для ***работы электрического тока*** примет вид

$$dA = IUdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt . \qquad (5.9)$$

Мощность электрического тока P равна отношению работы тока A ко времени, за которое работа совершена. С учетом (4.15) получим

$$P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R} \qquad (5.10)$$

Если на участке цепи под действием электрического поля не совершается механическая работа и не происходят химические превращения веществ, то работа электрического поля приводит только к нагреванию проводника. При этом работа электрического тока равна количеству теплоты, выделяемому проводником с током

$$dQ = dA = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt \,. \qquad (5.11)$$

В частности, если $I = const$, то

$$Q = I^2 R\, t. \qquad (5.12)$$

Соотношения (5.11- 5.12) носят название ***закона Джоуля-Ленца***.

Основные законы и формулы

Таблица № 11

Постоянный электрический ток	
Сила постоянного электрического тока	$I = \frac{q}{t}$
Сила изменяющегося электрического тока	$I = \frac{dq}{dt}$
Плотность электрического тока	$j = \frac{I}{S}$
Закон Ома для однородного участка цепи	$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$
Закон Ома для неоднородной цепи	$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon}{R + r}$
Закон Ома для однородного участка цепи	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$
Первое правило Кирхгофа	$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$
Второе правило Кирхгофа	$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i$
Мощность электрического тока	$N = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$
Закон Джоуля – Ленца	$Q = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t$

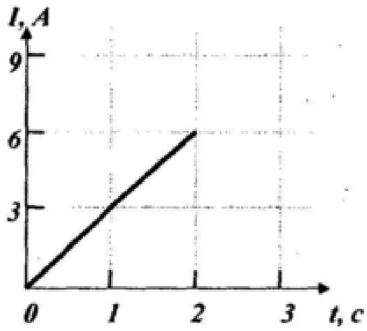
Примеры решения задач

Задача №17

Сила тока в проводнике сопротивлением *R=20 Ом* нарастает в течение времени *Δt=2* с по линейному закону от I_0 =0 до I =6 А.

Определить количество теплоты, выделившейся в этом проводнике: 1) за первую секунду Q_1; 2) за вторую секунду; 3) за две секунды.

Дано:	***Решение***
R=20 Ом	Закон Джоуля-Ленца в виде $Q = I^2Rt$ (1) можно
Δt=2 с	применять в том случае, если сила тока с
I_0 *=0*	течением времени не изменяется
I =6 А	*(I=const).*
$t_1 = 1$ с	В данной задаче сила тока нарастает линейно:
$t_2 = 2$ с	
$Q_1 -?$	
$Q_2 -?$	
$Q_3 -?$	



Поэтому сила тока *I* является линейной функцией времени: *I=kt (2),*

где *k*-коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока: $k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I - I_0}{\Delta t} = 3, \frac{A}{c}$ (3).

За бесконечно малый промежуток времени *dt* (сила тока не изменяется) в проводнике выделится количество теплоты, определяемое по закону Джоуля-Ленца: $dQ = I^2Rdt$ (4). Подставим уравнение (2) в уравнение (4), получим: $dQ = k^2Rt^2dt$ (5).

$Q = k^2R\int_{t_1}^{t_2} t^2dt = \frac{1}{3}k^2R(t_2^3 - t_1^3)$.

Ответ: $Q_1 = 60$ Дж; $Q_2 = 420$ Дж; $Q_3 = 480$ Дж.

6.ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

6.1.Магнитное поле

Опыты показали, что вокруг проводников с токами и постоянных магнитов существует магнитное поле, которое обнаруживают по его силовому действию на движущиеся электрические заряды, другие проводники с токами и постоянные магниты.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ является силовой характеристикой магнитного поля. Модуль вектора магнитной индукции (магнитная индукция) численно равен силе, действующей со стороны магнитного поля на единицу длины проводника, по которому течет электрический ток единичной силы и который расположен перпендикулярно направлению вектора $\vec{B}$:

$$B = \frac{dF_{max}}{I \cdot dl} \quad (6.1).$$

Магнитная индукция измеряется в теслах *[Тл]*.

Наглядную картину магнитного поля можно получить с помощью линий магнитной индукции.

Линиями магнитной индукции называют линии, касательные к которым направлены так же, как и вектор $\vec{B}$ в данной точке поля (Рис. 1).

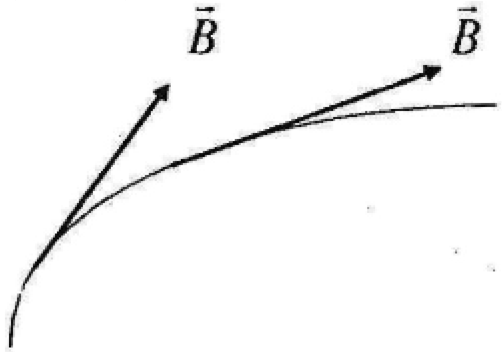


Рис. 1

Магнитное поле называют однородным, если во всех его точках векторы магнитной индукции одинаковы как по модулю, так и по направлению.

6.2. Закон Ампера

Ампер установил, что «на прямолинейный проводник длиной l с электрическим током I, находящийся в магнитном поле, действует сила F, равная произведению силы тока на модуль вектора магнитной индукции, на длину проводника и на синус угла между направлениями силы тока в проводнике и вектора магнитной индукции»: $F = I \cdot B \cdot l \cdot sin \propto,$ где $\propto$-угол между направлениями векторов $\vec{l}$ и $\overrightarrow{B}$. Направление вектора $\vec{l}$ совпадает с направлением силы тока в проводнике.

Закон Ампера легко обобщить на случай неоднородного магнитного поля и проводника произвольной формы: «Сила $d\vec{F}$, действующая на элемент проводника с током $I{\cdot}d\vec{l}$, равна произведению сипы тока на векторное произведение элемента длины проводника на вектор магнитной индукции»:

$$d\vec{F} = I \cdot \left[d\vec{l} \cdot \vec{B}\right] \qquad (6.2).$$

Вектор $d\vec{F}$ направлен перпендикулярно плоскости, образованной векторами $\overrightarrow{B}$и $\overrightarrow{dl}$.

Сила Лоренца - это сила, которая действует на отдельный электрический заряд q , движущийся в магнитном поле со скоростью $\overrightarrow{v}$

$$\overrightarrow{F_л} = q \cdot \left[\vec{v} \cdot \vec{B}\right] \qquad (6.3).$$

Сила Лоренца $\overrightarrow{F_л}$ всегда направлена перпендикулярно направлению вектора скорости движения заряженной частицы $\vec{v}$, сообщая ей центростремительное ускорение. Следовательно, заряженная частица в магнитном поле движется по окружности и сила Лоренца не совершает работу.

6.3. Закон Био-Савара-Лапласа

На основании многочисленных опытов было установлено, что проводник произвольной формы с током создает магнитное поле. Индукция магнитного поля dB, создаваемая элементом проводника dl с силой тока I в точке A, определяется по закону Био-Савара-Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot \mu}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{r^2} \cdot \sin\propto \quad (6.4),$$

где $\propto$ - угол между направлениями векторов $\overrightarrow{dl}$ и $\vec{r}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$Гн/м, μ- относительная магнитная проницаемость среды, r - модуль радиус-вектора $\vec{r}$.

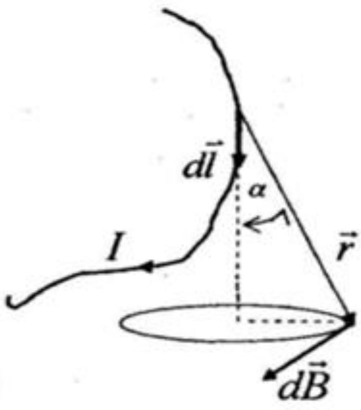


Рис. 2

В векторном виде закон Био-Савара-Лапласа имеет вид:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^3} \cdot \left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right] \quad (6.5).$$

Индукция магнитного поля B, создаваемая проводником с током длиной L в точке A:

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \int_L \frac{I}{r^3} \left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right] \quad (6.6).$$

Индукция магнитного поля прямолинейного проводника с током I: а) проводник MN конечной длины:

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\propto_1 - \cos\propto_2) \qquad (6.7).$$

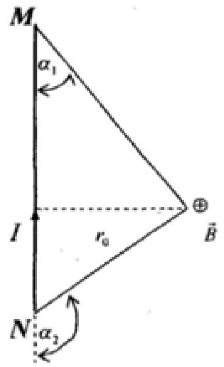


Рис. 3

б) бесконечно длинный проводник:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{r_0} \quad (6.8).$$

Индукция магнитного поля в центре кругового витка стоком I

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R} \quad (6.9).$$

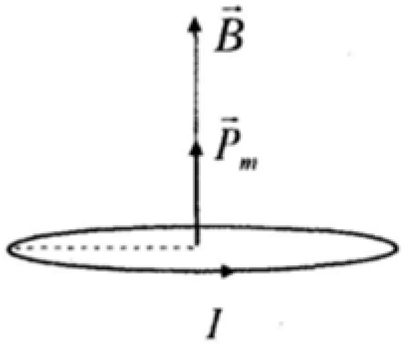


Рис. 4

Направление вектора $\vec{B}$ определяют по правилу буравчика.

Магнитный момент витка с током: $p_m = IS$ (6.10), где S - площадь витка. Направления векторов $\overrightarrow{p_m}$и $\vec{B}$ определяют по правилу буравчика. Направления векторов $\overrightarrow{p_m}$и $\vec{B}$ совпадают.

Магнитное поле является вихревым, то есть его силовые линии всегда замкнуты.

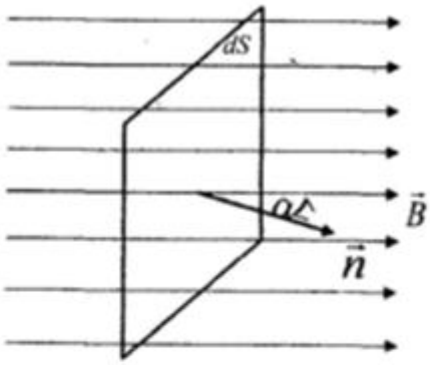


Рис. 5

Потоком вектора магнитной индукции сквозь малую поверхность dS называют физическую величину, равную скалярному произведению вектора магнитной индукции $\vec{B}$ на величину площади этой поверхности dS:

$d\phi_m = (\vec{B} \cdot d\vec{S})$, где $d\vec{S} = \vec{n}dS$ ($\vec{n}$- единичный вектор нормали к поверхности dS), или $d\phi_m = BdScos \propto$ (6.10),

где $\propto$ - угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$.

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) сквозь произвольную поверхность S определяют по формуле:

$$\phi_m = \int_s \vec{B}d\vec{S} \quad (6.11).$$

Измеряют ϕ_m в веберах *[Вб]*.

Основные законы и формулы

Таблица №12

Магнитное поле	
Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля	$B = \mu_0\mu H$
Индукция магнитного поля в центре кругового тока с числом витков N	$B = \mu_0\mu\frac{IN}{2R}$
Индукция поля вблизи бесконечно длинного проводника с током	$B = \mu_0\mu\frac{I}{2\pi R}$
Индукция поля в нутрии соленоида с током	$B = \mu_0\mu In = \mu_0\mu\frac{IN}{l}$
Закон Ампера	$F = IBl\sin\alpha$

Механический момент, действующий на рамку с током в магнитном поле	$M = p_m B \sin\alpha$
Магнитный момент контура с током	$p_m = IS$
Магнитный момент рамки с током (короткой катушки)	$p_m = ISN$
Сила Лоренца	$F_л = qvB \sin\propto$
Магнитный поток сквозь поверхность S	$\Phi_m = BS\cos\propto$
Магнитный поток, создаваемый контуром с током	$\Phi = LI$

Примеры решения задач

Задача №18

По двум длинным прямолинейным и параллельным проводам, расстояние между которыми *d=8 см*, в противоположных направлениях текут токи $I_1 = 3$ А,$I_2 = 5$ А.

Найти магнитную индукцию поля в точке *A*, которая находится на расстоянии r_1=*2см* от первого провода на линии, соединяющей провода

Дано

d=8 см=0,08 м

$I_1 = 3$ А

$I_2 = 5$ А

$r_1 = 2$ см $= 0{,}02$ м

$r_2 = d - r_1 = 6$ см $= 0{,}06$ м

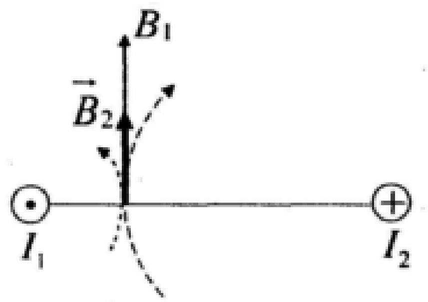
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м

μ=*1*

B - ?

Решение

На рисунке провода расположены перпендикулярно плоскости чертежа



Маленькими кружочками изображены сечения проводов. Пусть сила тока I_1 направлена к нам, а сила тока I_2 - от нас. По принципу суперпозиции полей вектор магнитной индукция магнитного поля в точке *A* равен сумме векторов магнитных индукций полей, создаваемых каждым электрическим током в отдельности: $\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2}$(1).

Векторы $\overrightarrow{B_1}$ и $\overrightarrow{B_2}$ направлены по касательным к линиям магнитной индукции, в данной задаче они направлены вдоль одной прямой в одну сторону, следовательно, модуль вектора $\vec{B}$ равен алгебраической сумме: $B = B_1 + B_2$ (2).

Модули векторов магнитных индукций полей, создаваемых бесконечно длинными проводниками с электрическими токами I_1 и I_2вычисляются по формулам:

$B_1 = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I_1}{r}$ (3) и

$B_2 = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I_2}{r}$ (4) соответственно,

где μ_0- магнитная постоянная; μ - относительная магнитная проницаемость среды, в которой расположен проводник; *r* - расстояние от проводника до точки, в которой определяется величина магнитной индукции.

Подставив уравнения (3÷4) в уравнение (2), получим расчетную формулу: $B = \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I_1}{r_1} + \frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I_2}{r_2}$(5).

Ответ:*B = 1,33 мкТл*

Задача №19

Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией *B=0,1 Тл* по окружности. Направление вектора скорости $\vec{v}$ движения электрона перпендикулярно направлению вектора магнитной индукции $\vec{B}$.

Определите угловую скорость вращения электрона.

Дано:	*Решение*
B=0,1 Тл $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ кг $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$*Кл*	Движение электрона в магнитном поле по окружности происходит под действием силы
ω - ?	Лоренца: $F_з = evB\sin\propto$. По условию задачи sin∝=1,

поэтому: $F_з = evB$ (1). Так как сила Лоренца играет роль центростремительной силы, то: $evB = \frac{m_e v^2}{r}$ (2), где *r*– радиус окружности, по которой движется электрон. Из уравнения (2) находим скорость движения электрона: $\upsilon = \frac{erB}{m_e}$ (3).

Период вращения электрона по окружности радиуса r со скоростью υ определяется по формуле: $T = \frac{2\pi r}{\upsilon}$(4). Подставив уравнение (3) в уравнение (4), получим: $T = \frac{2\pi m}{eB}$ (5).

Угловая скорость вращения электрона: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (6). Подставив уравнение (5) в уравнение (6), получим расчетную формулу: $\omega = \frac{eB}{m_e}$.

Ответ: $\omega = 1{,}76 \cdot 10^{10}$ рад/с.

6.4. Магнитное поле в веществе

6.4.1. Намагничивание вещества. Вектор намагниченности.

Любое вещество под действием внешнего магнитного поля намагничивается, т. е. создает свое собственное поле. Для объяснения намагничивания Ампер предположил, что в веществе циркулируют круговые ***микротоки.*** Современные представления о строении вещества позволяют связать гипотетические токи Ампера с движением электронов в атомах или молекулах, а следовательно, с существованием молекулярных токов, обладающих магнитными моментами $\vec{P}_m$.

При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных атомов ориентированы хаотически, поэтому средний суммарный магнитный момент образца равен нулю. Если же все вещество поместить во внешнее магнитное поле, то молекулярные токи будут располагаться так, что их магнитные моменты будут преимущественно ориентированы в направлении намагничивающего поля. В результате весь образец приобретает отличный от нуля суммарный магнитный момент.

Для количественной характеристики степени намагничивания вещества вводится ***вектор намагниченности*** $\vec{J}$, определяемый выражением

$$\vec{J} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_{mi}}{\Delta V}, \qquad (6.12)$$

где ΔV - физически бесконечно малый объем; $\vec{P}_{mi}$ - магнитный момент отдельной молекулы.

Суммирование проводится по всем молекулам в объеме ΔV.

Магнитная проницаемость μ показывает***, во сколько раз магнетик изменяет внешнее поле.***

В зависимости от величины магнитной проницаемости все магнетики подразделяются на:

1. диамагнетики, у которых $\mu < 1$;
2. парамагнетики, у которых $\mu > 1$;
3. ферромагнетики, у которых $\mu \sim 10^3 \div 10^6$.

5.4.2. Диа -, пара - и ферромагнетики

К <u>диамагнетикам</u> ***относятся вещества, магнитные моменты атомов которых в отсутствие внешнего магнитного поля равны нулю***. Диамагнетиками являются инертные газы, вода, стекло, мрамор, большинство органических соединений, многие металлы (висмут, цинк, золото, серебро, медь, ртуть и другие).

При внесении такого вещества в магнитное поле $\vec{B}$ в каждом его атоме или молекуле наводится магнитный момент , направленный противоположно вектору $\vec{B}$, что приводит к уменьшению суммарного магнитного поля. Таким образом, для диамагнетиков магнитная восприимчивость имеет отрицательное значение, а магнитная проницаемость $\mu < 1$. Процесс намагничивания диамагнетиков характеризуется линейной зависимостью $\vec{J}$ от $\vec{B}$ (рис.9, кр.1).

К <u>парамагнетикам</u> ***относятся вещества, атомы которых в отсутствие внешнего магнитного поля обладают магнитным моментом.***

Однако, намагниченность парамагнетика равна нулю, так как из - за теплового движения магнитные моменты атомов ориентированы беспорядочно. При внесении парамагнетика в магнитное поле происходит ориентация магнитных моментов атомов по направлению поля. Таким образом, процесс намагничивания парамагнетиков во многом аналогичен тому, как поляризуется диэлектрик, состоящий из полярных молекул.

Кривая намагничивания парамагнетика (рис.9, кр.2) свидетельствует о явлении насыщения. Тепловое движение молекул препятствует этому процессу.

Парамагнетиками являются щелочные и щелочноземельные металлы, редкоземельные элементы, алюминий, платина, кислород, окись азота и другие вещества.

К **ферромагнетикам** ***относят вещества, которые обладают спонтанной (самопроизвольной) намагниченностью.*** Типичные представители ферромагнетиков – это железо, кобальт, никель и их сплавы.

Характерной особенностью ферромагнетиков является нелинейная зависимость J(H) и B(H). Уже при небольших значениях H намагниченность достигает насыщения $J_{нас}$ (рис.10), тогда как зависимость $B(H)$ продолжает расти с увеличением H по линейному закону (рис.11), согласно уравнению

$$B = \mu_0 H + \mu_0 J_{нас}.$$

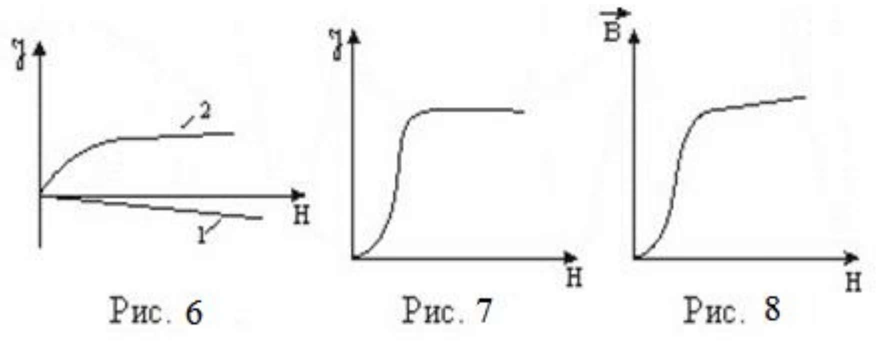


Рис. 6 Рис. 7 Рис. 8

Ввиду нелинейной зависимости $B(H)$ магнитная проницаемость ферромагнетика также является функцией H (рис.12). Вначале она быстро растет с увеличением H, достигает максимума, а затем убывает, стремясь к единице в очень сильных намагничивающих полях.

Второй отличительной особенностью ферромагнетиков является гистерезис намагничивания. При медленном изменении магнитного поля получается петля гистерезиса, внутри которой расположена основная кривая намагничивания (рис.13). Величина $B_{ост}$ называется остаточной индукцией, а H_c – **коэрцитивной силой**, представляющей собой ***напряженность размагничивающего поля, при котором остаточная индукция обращается в ноль.*** Площадь петли гистерезиса пропорциональна количеству теплоты, выделяющейся в единице объема ферромагнетика за цикл перемагничивания.

В зависимости от значения коэрцитивной силы различают **магнитомягкие** и **магнитотвердые** материалы. Первые отличаются малым значением $H_к$ и малыми потерями энергии при перемагничивании. Эти материалы используются для изготовления сердечников трансформаторов. Магнито- твердые материалы, характеризующиеся широкой петлей гис- терезиса ($H_к$ – велико), используются для изготовления постоянных магнитов.

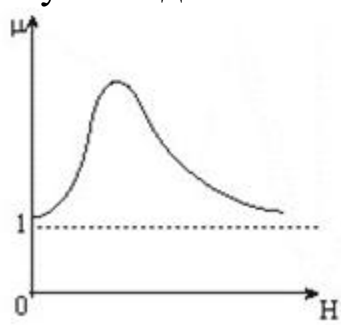


Рис. 9

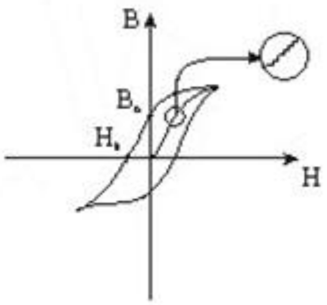


Рис. 10

Ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являются ***области спонтанного намагничивания***, называемых доменами. Линейные размеры доменов порядка $\left(10^{-3} \div 10^{-2}\right)$см. В пределах каждого домена ферромагнетик намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом. Направления этих моментов различны, так что в отсутствие внешнего поля суммарный момент ферромагнетика может быть равен нулю.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура $T_к$, при которой области спонтанного намагничивания распадаются, и вещество утрачивает ферромагнитные свойства. Эта температура называется **точкой Кюри.**

При температуре выше точки Кюри ферромагнетик становится обычным парамагнетиком.

При охлаждении ферромагнетика ниже точки Кюри его магнитные свойства восстанавливаются.

7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

7.1. Законы электромагнитной индукции

В 1831 г. Фарадей экспериментально открыл **явление электромагнитной индукции**, состоящее в ***возникновении электрического тока в замкнутом проводнике при изменении магнитного потока, охватываемого контуром проводника.*** Возникающий ток назвали индукционным. Правило, определяющее направление индукционного тока, было сформулировано **Ленцем**: ***индукционный ток всегда направлен так, что создаваемое им магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего этот ток.***

Появление индукционного тока в проводящем контуре свидетельствует о том, что при изменениях магнитного потока Φ в контуре возникает электродвижущая сила индукции. Фарадей установил, что величина ЭДС не зависит от способа, которым осуществляется изменение магнитного потока и определяется лишь скоростью его изменения:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad (7.1)$$

7.2. Явление самоиндукции.

Электромагнитная индукция наблюдается во всех случаях, когда изменяется магнитный поток сквозь контур. Если в некотором контуре течет изменяющийся ток, то магнитное поле тока также будет изменяться. Это повлечет изменение магнитного потока через контур и, следовательно, появление ЭДС индукции. Данное явление называется самоиндукцией.

При изменениях силы тока I в контуре возникает ЭДС самоиндукции, равная

$$\varepsilon_c = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (7.2)$$

Коэффициент пропорциональности L называется ***индуктивностью контура***. Единица индуктивности в СИ называется Генри.

Индуктивность L зависит от геометрии контура и магнитных свойств окружающей среды.

Знак минус показывает, что ЭДС самоиндукции всегда направлена так, чтобы препятствовать изменению силы тока в соответствии с правилом Ленца.

Характерные проявления самоиндукции – *экстратоки*, возникающие при замыкании и размыкании электрических цепей с индуктивностью.

Основные законы и формулы

Таблица №13

Электромагнитная индукция	
Основной закон электромагнитной индукции (Закон Фарадея - Максвелла)	$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$
ЭДС переменного тока при вращении рамки в магнитном поле	$\varepsilon = NBS\omega sin\omega t$
ЭДС самоиндукции	$\varepsilon_c = -L\frac{dI}{dt}$
Индуктивность соленоида	$L = \mu_0\mu n^2 V = \mu_0\mu N^2\frac{S}{l}$

8. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

8.1.Световая волна. Когерентность и монохроматичность световых волн

Свет представляет собой электромагнитную волну, в которой происходят колебания векторов напряженности электрического и магнитного полей. Однако, как показывает опыт, различные действия света (физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и др.) вызываются колебаниями электрического вектора. Поэтому в дальнейшем этот вектор будем называть световым вектором, а плоскую световую волну описывать лишь одним уравнением

$$\mathrm{E} = \mathrm{A}\cos(\omega t - kx + \alpha), \tag{8.1}$$

где A - амплитуда светового вектора, $\omega = 2\pi\nu$ - частота колебаний, $\mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число.

Длины и частоты видимого света лежат в пределах $\lambda_0 = (400 \div 750)\,нм$ и $\nu = (0{,}75 \div 0{,}40)\cdot 10^{15}\,Гц$

Скорость распространения света в вакууме есть одна из важнейших констант физики и равна $c \approx 3\cdot 10^8\,\mathrm{м}/c$. В других средах она меньше и определяется по формуле $\vartheta = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ (8.2).

При переходе света из одной среды в другую частота колебаний ν в световой волне сохраняется, но длина волны изменяется

$$\lambda = \frac{\upsilon}{\nu} = \frac{C}{\nu n} = \frac{\lambda_0}{n} \tag{8.3}$$

8.2. Интерференция света

8.2.1. Условия максимума и минимума интерференции

Явление интерференции состоит ***во взаимном устойчивом усилении световых волн в одних точках пространства и их взаимном устойчивом ослаблении в других точках пространства при наложении когерентных световых волн друг на друга***. Необходимые условия интерференции:

- ***когерентность*** световых волн, т.е. равенство частот и постоянство разности фаз;

- поляризация световых волн в одной плоскости, т.е. чтобы колебания светового вектора $\vec{E}$ интерферирующих волн совершались вдоль одного и того же направления.

Волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны и не являются поляризованными. Причина заключается в механизме испускания света атомами светящегося тела. Поэтому для осуществления интерференции необходимо волну, излучаемую реальным источником, разделить на две и заставить их пройти различные оптические пути, а затем наложить друг на друга.

Оптической длиной пути световой волны в однородной среде ***называется произведение показателя преломления среды*** n ***на геометрическую длину пути луча*** s ***в данной среде:***

$$L = n \cdot S \tag{8.4}$$

Разность оптических длин, проходимых волнами путей, называется оптической разностью хода:

$$\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1 .$$

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке О, а наложение волн в точке P (рис.1). Если ωt - фаза колебания в точке О, тогда первая волна возбудит в точке P колебание

$$\xi_1 = A_1 \cos\omega(t - \frac{S_1}{V_1}), \tag{8.5}$$

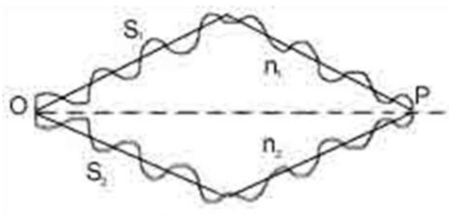


Рис. 1

а вторая – колебание

$$\xi_2 = A_2 \cos\omega(t - \frac{S_2}{V_2}), \tag{8.6}$$

где $V_1 = \dfrac{c}{n_1}$ и $V_2 = \dfrac{c}{n_2}$ - фазовые скорости волн, A_1 и A_2 - амплитуды световых волн.

Амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)}, \tag{8.7}$$

где $\alpha_2 = \frac{\omega S_2}{V_2}$, $\alpha_1 = \frac{\omega S_1}{V_1}$.

Разность фаз колебаний в точке P равна

$$\delta = \omega(\frac{S_2}{V_2} - \frac{S_1}{V_1}) = \frac{\omega}{c}(n_2 S_2 - n_1 S_1)$$

Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, а $c \cdot T = \lambda$, получим

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta. \tag{8.8}$$

Если разность фаз δ кратна 2π, то в точке P колебания усиливают друг друга

$$\delta = k \cdot 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta,$$

отсюда следует **условие максимума интерференции**

$$\Delta = \pm k\lambda, \tag{8.9}$$

где k =0,1,2…

Если δ кратна нечетному числу π, то колебания ослабляют друг друга

$$\delta = (2k+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta,$$

отсюда получаем **условие минимума интерференции**

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{8.10}$$

где $k = 0,1,2\ldots$

8.3. Дифракция света

8.3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракцией света называется совокупность явлений, связанных с огибанием световыми волнами препятствий, их проникновением в область геометрической тени и образованием максимумов и минимумов интенсивности.

Огибание светом препятствия можно объяснить с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка фронта волны является элементарным источником вторичных волн. Огибающая вторичных волн образует новый фронт волны. Однако принцип Гюйгенса не в состоянии решить задачу по определению интенсивности волн.

Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн.

8.3.2. Дифракция света на решётке

Дифракционная решётка представляет собой систему, состоящую из большого числа одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей, лежащих в одной плоскости и разделённых непрозрачными промежутками, равными по ширине (рис. 3)

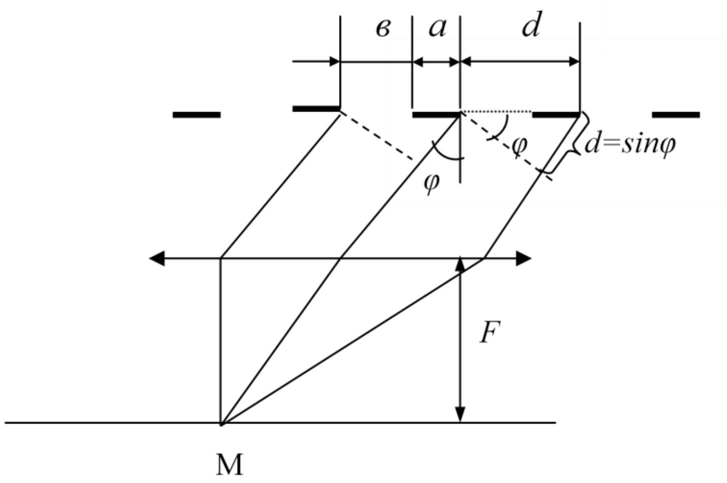


Рис.3

Расстояние между соседними щелями называется **периодом дифракционной решётки**:

$$d = a + b, \qquad (8.11)$$

где b - ширина щёли, a - ширина непрозрачного промежутка.

Положение главных максимумов определяется формулой

$$d \sin\varphi = \pm \kappa\lambda, \quad (8.12)$$

где $\kappa = 0,1,2,3,\ldots$ определяет порядок максимума.

Основные законы и формулы

Таблица №14

Дифракция света	
Условие получения дифракционных максимумов на одной щели (а – ширина щели)	$d sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, k = 0,1,2,3$
Условие получения дифракционных минимумов на одной щели (а- ширина щели)	$d sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}, m = 0,1,2,3 \dots$
Постоянная дифракционной решетки	$d=a+b$
Условие получения дифракционных максимумов на дифракционной решетке	$d sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}, m = 0,1,2,3 \dots$
Условие получения дифракционных минимумов на дифракционной решетке	$d sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, m == 0,1,2,3 \dots$
Число штрихов на дифракционной решетке	$N = \frac{l}{d}$
Число главных максимумов, полученных от дифракционной решетки	$m \leq \frac{d}{\lambda}$

Примеры решения задач

Задача №20

На дифракционную решетку длиной $l = 15$ мм, содержащую $N=3000$ штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ= 550 нм.

Определите:

1) число максимумов, наблюдаемых на кране;

2) угол, соответствующий последнему дифракционному максимуму.

Дано	*Решение*
$l = 15$ мм $= 1{,}5 \times 10^{-2}$ м N=3000 λ= 550 нм=5,5$\times 10^{-7}$ м	Условие дифракционных максимумов на дифракционной решетке имеет вид: $d\ sin\varphi = m\lambda$ (1)
n-? φ_{max} -?	Отсюда $m = \frac{d \times sin\varphi}{\lambda}$

Максимальное число максимумов будет при максимальном значении синуса, то есть при $sin\varphi = 1$. Следовательно: $m_{max} = \frac{d}{\lambda}$.

Так как постоянная дифракционной решетки равна $d = \frac{l}{N}$, то $m_{max} = \frac{d}{N\lambda}$. Так как дифракционные максимумы наблюдаются симметрично слева и справа от центрального максимума, то общее число максимумов, наблюдаемых на кране, будет равно $n = (2m_{max} + 1)$.

Для нахождения угла, соответствующего последнему дифракционному максимуму, запишем уравнение (1) в виде: $dsin\varphi_{max} = m_{max}\lambda$. Отсюда найдем $sin\varphi_{max} = \frac{m_{max}\lambda}{d} = \frac{m_{max}\lambda N}{l}$.

Таким образом: $\varphi_{max} = arcsin\frac{m_{max}\lambda N}{l}$.

Ответ:$n = 19, \varphi_{max} = 18°54'$.

8.4. Поляризация света

8.4.1. Естественный свет и различные типы поляризованного света

Свет – это поперечные электромагнитные волны, в которых колебания векторов напряженности электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей происходят перпендикулярно направлению распространения волны. Вместе с тем световые волны не обнаруживают ассиметрии относительно направления распространения, так как они слагаются из множества цугов волн, испускаемых отдельными атомами светящегося тела. Плоскость колебаний светового вектора для каждого цуга ориентирована случайный образом. Поэтому в результирующей волне колебания $\vec{E}$ различных направлений представлены с равной вероятностью, такой свет называется естественным.

Свет, в котором колебания каким-либо образом упорядочены, называется ***поляризованным***.

Если колебания светового вектора происходят только в одной плоскости, свет называется ***плоскополяризованным***. Плоскость в которой колеблется световой вектор $\vec{E}$ называется плоскостью колебаний, а перпендикулярная к ней плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{H}$, называется ***плоскостью поляризации***.

Свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений, называется ***частично поляризованным***. Такой свет можно рассматривать как смесь естественного и плоскополяризованного. Если пропустить частично поляризованный свет через поляризатор, то при вращении прибора вокруг направления луча, интенсивность прошедшего света будет изменяться от $I_{\max}$ до $I_{\min}$, причём переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте на угол $\varphi = \pi / 2$. За один полный оборот два раза будет достигаться максимальное и два раза минимальное значение интенсивности.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью прибора, называемого ***поляризатором.*** Он пропускает колебания, параллельные плоскости поляризатора, и полностью задерживает колебания, перпендикулярные этой плоскости.

Пусть на поляризатор падает плоскополяризованнный свет амплитуды A_0 и интенсивности J_0. Сквозь прибор пройдет составляющая колебания с амплитудой

$$A_{II} = A_0 \cos\varphi , \qquad (8.13)$$

где φ - угол между плоскостью колебаний и плоскостью поляризатора.

Следовательно, интенсивность света J, пропорциональная квадрату амплитуды, определяется выражением

$$J = J_0 \cos^2 \varphi , \qquad (8.14)$$

которое называется ***законом Малюса***.

Если на поляризатор падает естественный свет, то все значения φ являются равновероятными. Поэтому доля света, проходящего через поляризатор, будет равна среднему значению $\cos^2 \varphi$, т. е. равна 1/2.

$$J_0 = \frac{1}{2} J_{ест}.$$

9. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Волновые представления о природе света позволили объяснить такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация и дисперсия света. Важным подтверждением этих представлений стали электродинамика Максвелла и экспериментальное доказательство электромагнитной природы света. Однако во второй половине 19 века при изучении некоторых явлений было обнаружено, что выводы, полученные на основе волновой теории, противоречат экспериментально установленным законам. Простейшими примерами таких явлений служат тепловое излучение и внешний фотоэффект. Корректное объяснение было получено лишь на основе квантовых представлений о природе света: излучение и поглощение света происходит отдельными порциями энергии – квантами или фотонами. Эти представления привели к понятию корпускулярно-волнового дуализма и развитию квантовой физики.

9.1. Фотоэффект

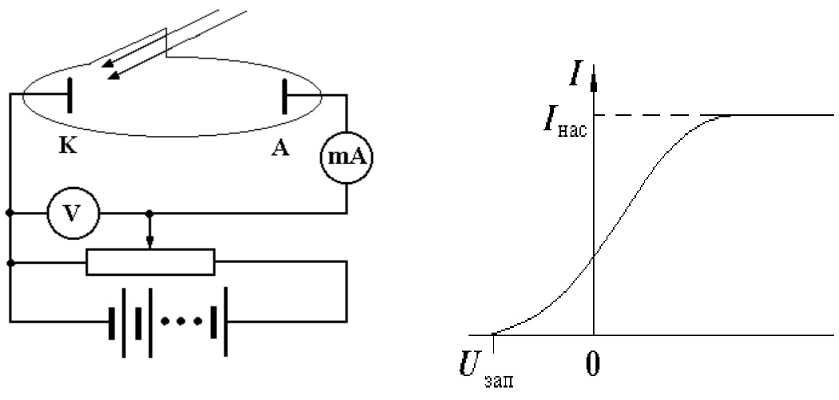
Различают три вида фотоэффекта.

Внешний фотоэффект – явление вырывания электронов с поверхности веществ под действием света.

Внутренний фотоэффект – под действием света электрон освобождается от связи с атомом и становится свободным. Наблюдается в полупроводниках и диэлектриках, проявляется в увеличении проводимости.

Вентильный фотоэффект – образование э.д.с. на границе раздела полупроводников с разными типами проводимости или границе металл-полупроводник под действием света.

Рассмотрим подробнее внешний фотоэффект. Для исследования закономерностей этого явления можно использовать установку, подобную приведённой на рис.1а. Она состоит из вакуумированной колбы с кварцевым окошком и двумя электродами, на которые подается напряжение.



а) в)

Рис. 1

На такой установке можно определить зависимость фототока I от напряжения между электродами U, т.е. вольт-амперную характеристику (ВАХ), примерный вид которой показан на рис.1в. При отсутствии света тока в цепи нет. Под действием излучения из катода выбиваются фотоэлектроны, которые могут достигать анода и в цепи появляется ток. С увеличением прямого напряжения ток увеличивается, т.к. все большая часть фотоэлектронов под действием поля попадает на анод. При достаточно большом поле все электроны, вырванные с катода, достигают анода и дальнейшее увеличение напряжения не приводит к росту тока, т.е. ток достигает насыщения $I_{нас}$

$$I_{нас} = ne \; (9.1),$$

где n - число фотоэлектронов, вылетающих из катода за 1 секунду.

При изменении полярности напряжения его увеличение приводит к уменьшению тока и при некотором значении $U_{зап}$ (запирающее напряжение) электроны не могут преодолеть потенциальный барьер и фототок прекращается. Очевидно, что величина $U_{зап}$ определяет максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов

$$eU_{зап} = \frac{mV_{\max}^2}{2}. \qquad (9.2)$$

Систематические исследования фотоэффекта позволили сформулировать основные законы внешнего фотоэффекта (***законы Столетова***).

1. При неизменном спектральном составе падающего света фототок насыщения пропорционален световому потоку

   $I_{нас} \sim \Phi.$

2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов не зависит от интенсивности света и прямо пропорциональна частоте излучения

   $$\frac{mV_{\max}^2}{2} \sim \nu.$$

3. Для каждого вещества существует минимальная частота $\nu_{кр}$, ниже которой фотоэффект не наблюдается, – ***красная граница фотоэффекта.***

В ходе дальнейших исследований было установлено также, что фотоэффект безинерционен.

Попытка объяснения этих законов на основе классических представлений о взаимодействии света с веществом привела к совершенно другим закономерностям. Правильное объяснение закономерностей фотоэффекта было получено в 1905 г. А. Эйнштейном на основе предположения, что свет поглощается такими же порциями, как и испускается. При взаимодействии фотона с электроном фотон исчезает, передавая электрону всю свою энергию. Часть этой энергии электрон затрачивает на совершение работы выхода из металла *А,* оставшаяся часть идет на кинетическую энергию фотоэлектрона. Таким образом, для этого процесса можно записать закон сохранения энергии

$$h\nu = A + \frac{mV_{\max}^2}{2}. \qquad (9.3)$$

Это соотношение называется ***формулой Эйнштейна для фотоэффекта***. Из нее сразу следуют экспериментально установленные законы: пропорциональность кинетической энергии частоте и наличие красной границы фотоэффекта ($h\nu \geq A$, $\nu_{кр} = A / h$). Для объяснения первого закона следует учесть, что фототок насыщения пропорционален числу фотоэлектронов, которое, в свою очередь, пропорционально числу фотонов, а это число определяет световой поток, падающий на катод.

Приведенное рассмотрение относится к так называемому однофотонному фотоэффекту: электрон взаимодействует с одним фотоном. С появлением мощных источников света, в частности лазеров, был обнаружен многофотонный фотоэффект, при котором электрон взаимодействует с несколькими (N) фотонами и получает от них энергию. Для этого случая уравнение Эйнштейна имеет вид

$$Nh\nu = A + \frac{mV_{\max}^2}{2}. \qquad (9.4)$$

Соответственно в N раз уменьшается частота красной границы фотоэффекта.

Таблица

вариантов контрольных работ по физике для студентов гуманитарно-правового факультета ВГАУ

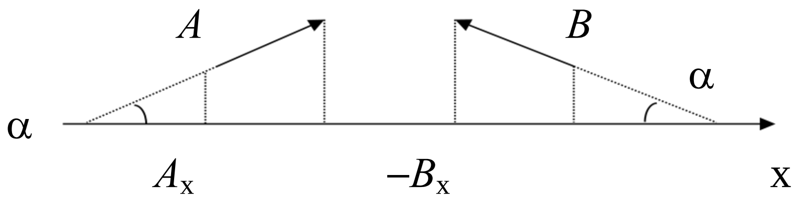
Вариант	Номера задач									
0	10	20	30	50	70	90	100	120	160	150
1	1	11	21	51	71	91	101	121	161	151
2	2	12	22	52	72	92	102	122	162	152
3	3	13	23	53	73	93	103	123	163	153
4	4	14	24	54	74	94	104	124	164	154
5	5	15	25	55	65	95	105	125	165	155
6	6	16	26	56	66	96	106	126	166	156
7	7	17	27	57	67	97	107	127	167	157
8	8	18	28	58	68	98	108	128	158	148
9	9	19	29	59	69	99	109	129	159	149

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Элементы векторной алгебры

П. 1.1. Проекция вектора на ось

$$A_x = \left|\vec{A}\right|\cos\alpha, \qquad B_x = \left|\vec{B}\right|\cos\alpha.$$



П. 1.2. Выражение вектора через проекции на координатные оси:

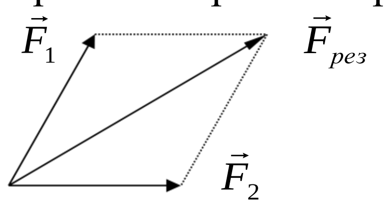
$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k},$$

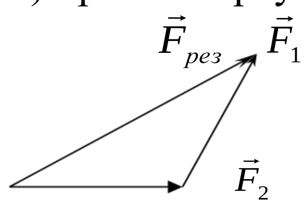
где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы соответствующих координатных осей.

П. 1.3. Сложение векторов:

$$\vec{F}_{рез} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

а) правило параллелограмма; в) правило треугольника.





П. 1.5. Скалярное произведение двух векторов

$$(\vec{a},\vec{b}) = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right|\cos\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
В декартовой системе координат

$$(\vec{a},\vec{b}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

П. 1.6. Векторное произведение двух векторов

$$\vec{c} = \left[\vec{a}\cdot\vec{b}\right], \quad |\vec{c}| = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right|\sin\alpha,$$

где α - угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
Вектор $\vec{c}$ перпендикулярен плоскости, в которой расположены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

П. 2.1. Производная от функции y = f(x)

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

П. 2.2. Таблица простейших производных.

Функция	C	x	x^n	e^x	a^x	lnx	sinx	cos x	tg x	ctg x
Производная	0	1	nx^{n-1}	e^x	$a^x \ln a$	1/x	cosx	-sin x	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$

Полный дифференциал функции нескольких переменных U = f(x, y, z)

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy + \frac{\partial U}{\partial z}dz,$$

где $\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}$ – частные производные.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Понятие градиента физической величины.

Градиент некоторой физической величены U – это вектор, совпадающий с нормалью n к поверхности одинакового значения $U(x,y,z)$, направленной в сторону его возрастания и имеющий величину $\partial U / \partial n$.

В декартовой системе

$$gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k} = \vec{\nabla} U ,$$

где $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ оператор Гамильтона(Набла).

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Некоторые астрономические величины

Радиус Земли	$6{,}37\cdot 10^{6}$ *м*
Масса Земли	$5{,}98\cdot 10^{24}$ *кг*
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot 10^{8}$ *м*
Масса Солнца	$1{,}98\cdot 10^{30}$ *кг*
Радиус Луны	$1{,}74\cdot 10^{6}$ *м*
Масса Луны	$7{,}33\cdot 10^{22}$ *кг*
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot 10^{11}$ *м*
То же до центра Луны	$3{,}84\cdot 10^{8}$ *М*
Период обращения Луны вокруг Земли	27,3 суток= = $2{,}36\cdot 10^{6}$ *с*

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев И.В**.** Курс общей физики. С.-П.: Лань, 2007. Т.1-3.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.:Высшая школа, 2002, 718с.
3. Иродов И.Е. Основные законы механики. М.: Высшая школа, 1997, 247 с.
4. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. М.: Высшая школа, 1997, 279 с .
5. Яворский Б.М. Справочник по физике. М.: Оникс, 2006, 531 с.

Оглавление

Издается в авторской редакции
Оригинал-макета подготовил Брянцев М.В.

Подписано в печать 25.09.2012 г. Формат 60х84 $^{1}/_{16}$
Бумага кн.-журн. Усл. п.л.6,62 Гарнитура Таймс.
Тираж 50 экз. Заказ № 6533
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I»
Типография ФГБОУ ВПО Воронежский ГАУ. 394087, Воронеж, ул. Мичурина, 1
Информационная поддержка: **http://tipograf.vsau.ru**

Отпечатано с оригинал-макета заказчика. Ответственность за содержание
предоставленного оригинал-макета типография не несет.
Требования и пожелания направлять авторам данного издания